

# F.E.M. & CIRCUITOS

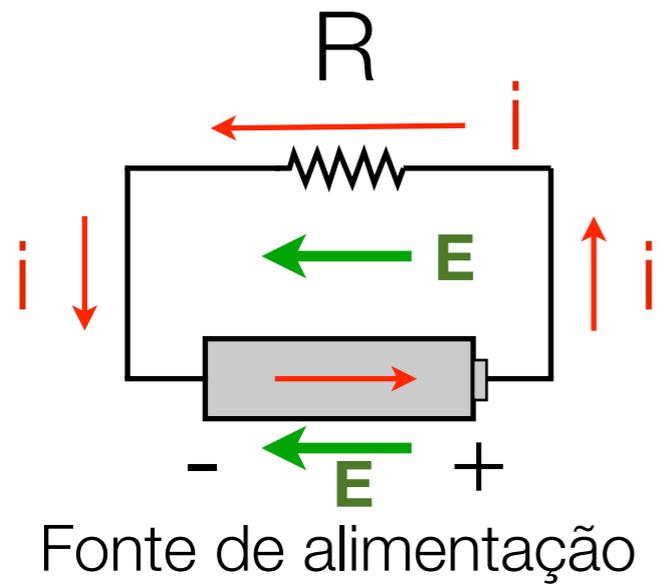
---

Aula # 13

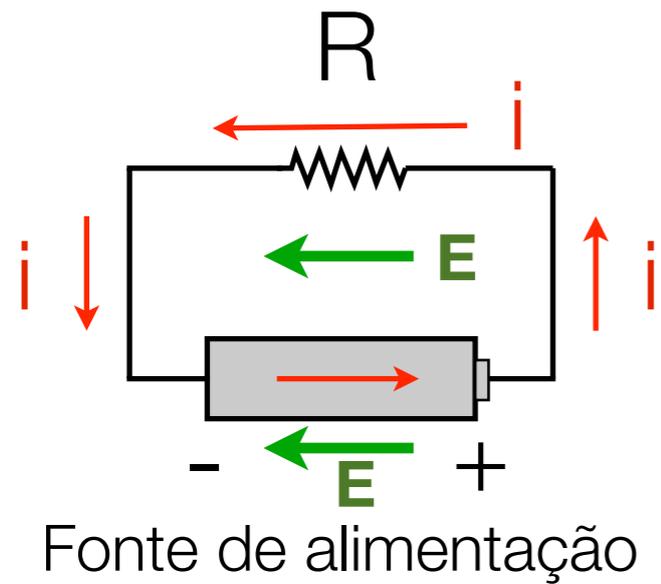


# FORÇA ELETROMOTRIZ

---

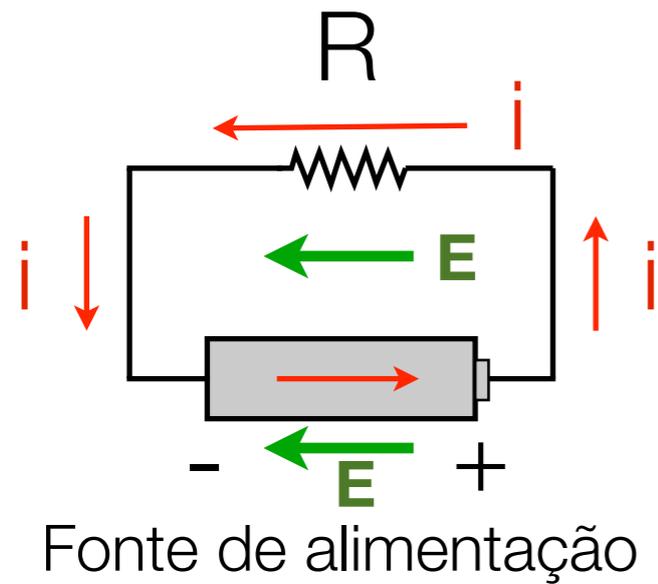


# FORÇA ELETROMOTRIZ

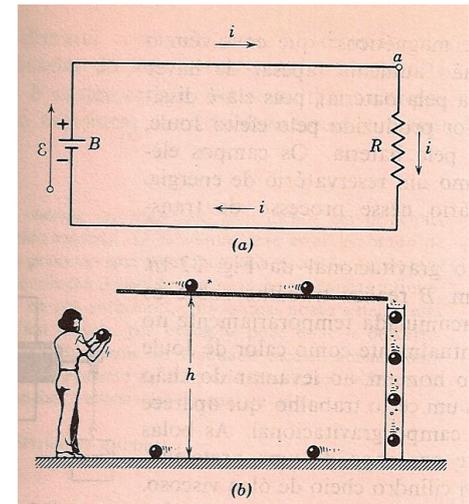


Note que dentro da fonte de alimentação a corrente flui na direção oposta ao campo

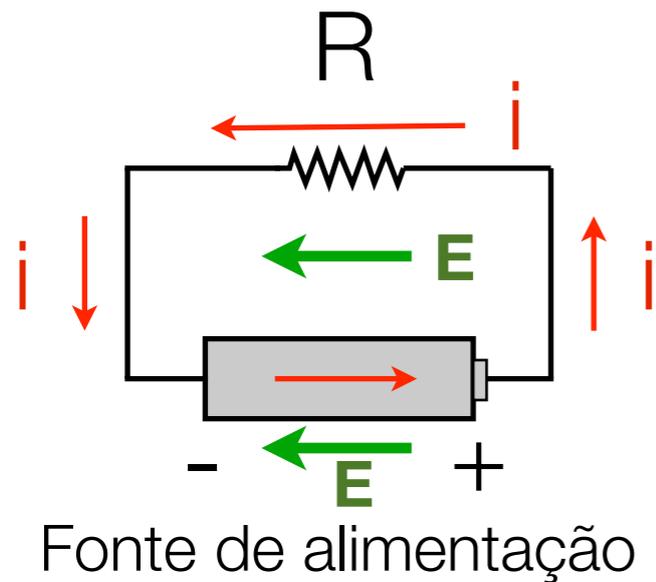
# FORÇA ELETROMOTRIZ



Note que dentro da fonte de alimentação a corrente flui na direção oposta ao campo



# FORÇA ELETROMOTRIZ



Note que dentro da fonte de alimentação a corrente flui na direção oposta ao campo

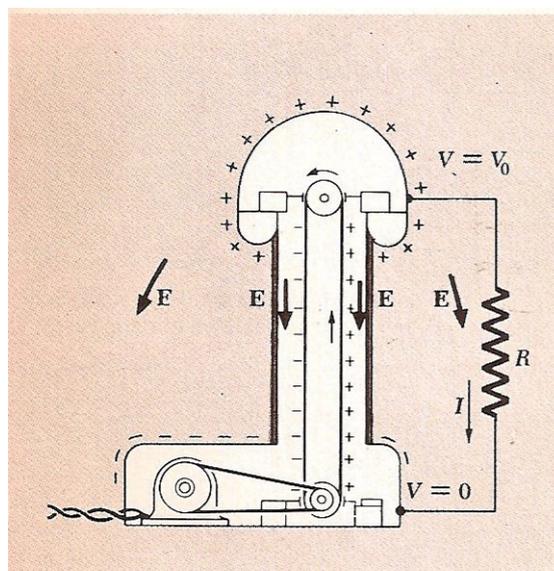
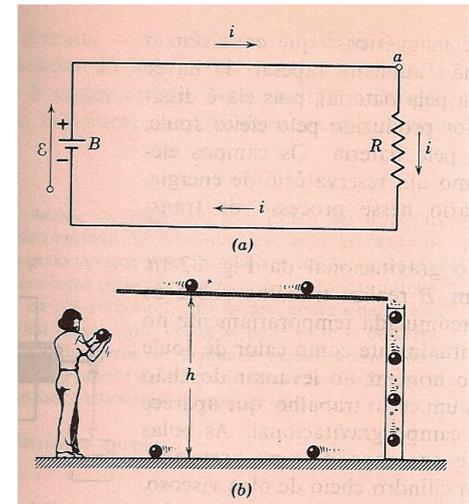
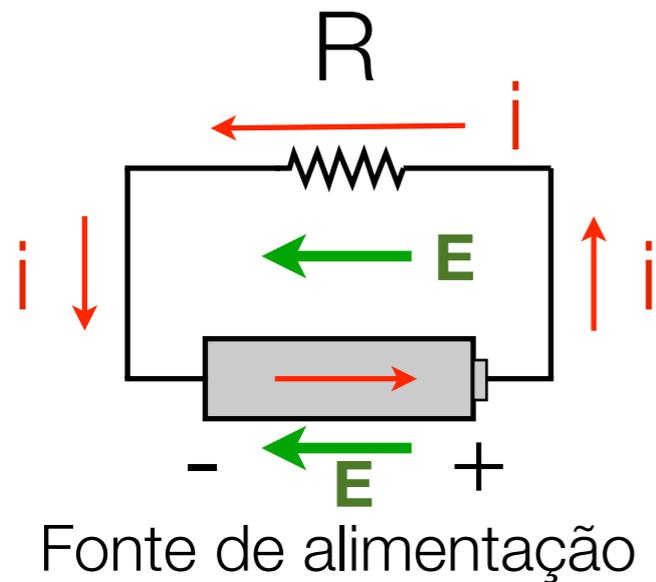


Fig. 4.15 No gerador de Van de Graaff, as cargas são transportadas mecânicamente na direção oposta àquela em que o campo elétrico as faria mover.

# FORÇA ELETROMOTRIZ



Note que dentro da fonte de alimentação a corrente flui na direção oposta ao campo

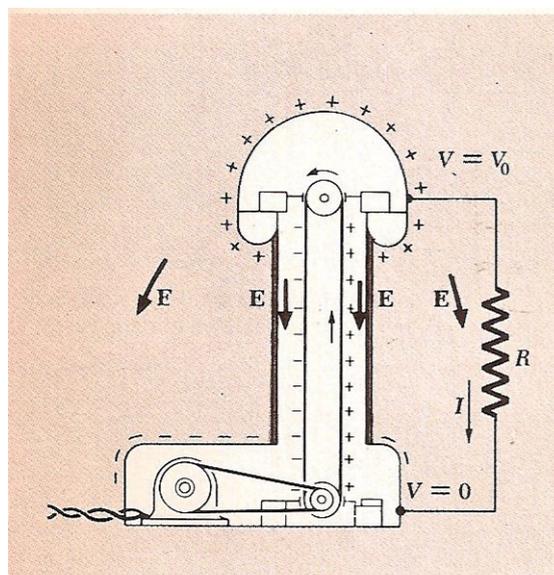
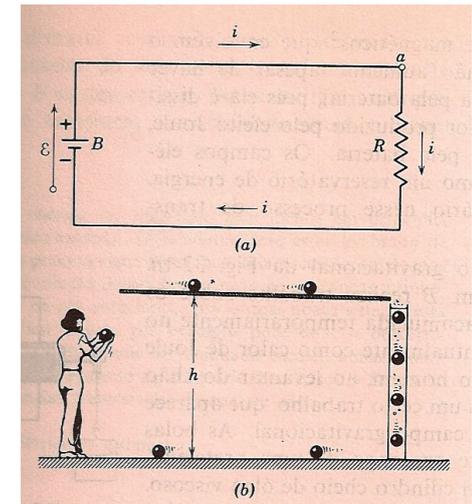
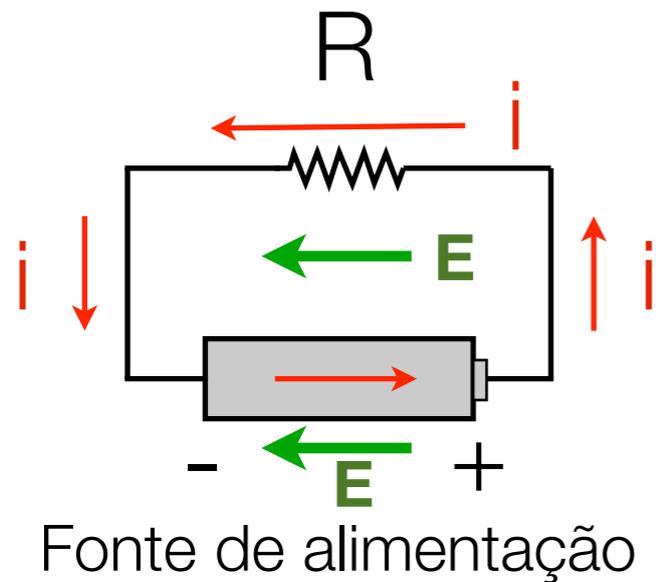


Fig. 4.15 No gerador de Van de Graaff, as cargas são transportadas mecânicamente na direção oposta àquela em que o campo elétrico as faria mover.



Painel Solar

# FORÇA ELETROMOTRIZ



Note que dentro da fonte de alimentação a corrente flui na direção oposta ao campo

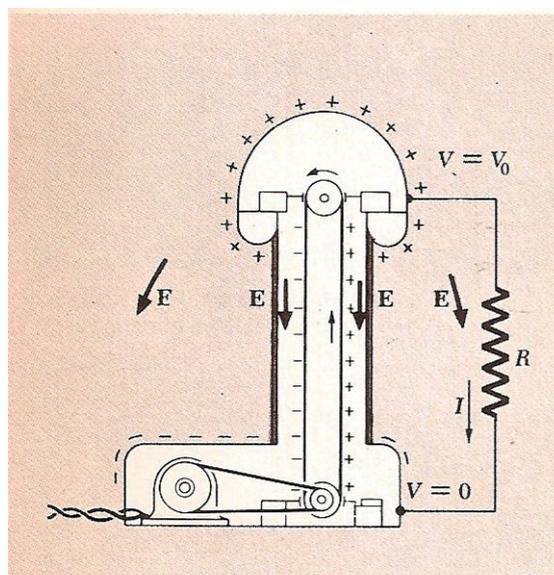
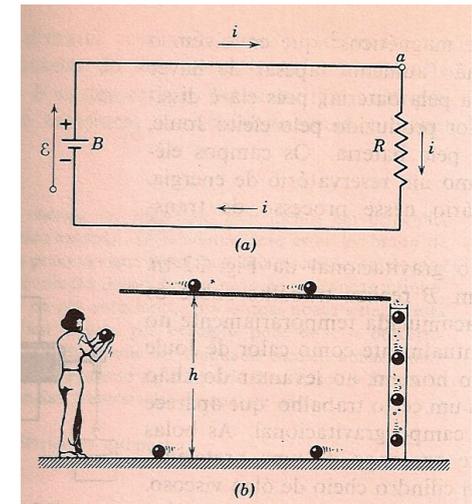


Fig. 4.15 No gerador de Van de Graaff, as cargas são transportadas mecânicamente na direção oposta àquela em que o campo elétrico as faria mover.

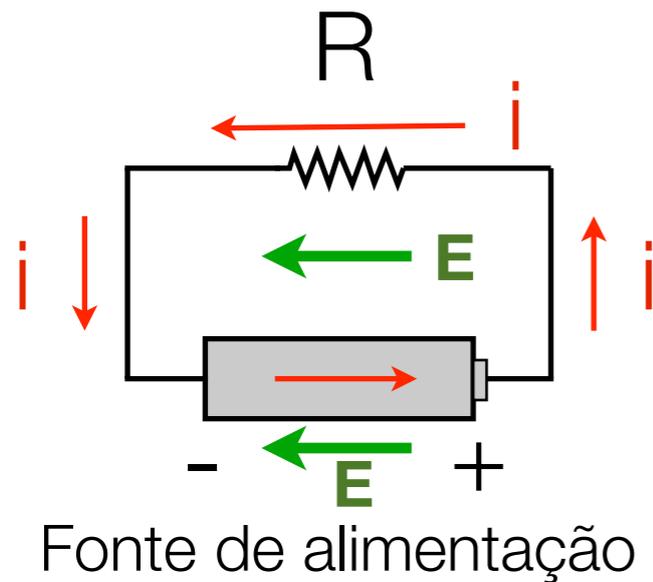


Painel Solar



Baterias

# FORÇA ELETROMOTRIZ



Note que dentro da fonte de alimentação a corrente flui na direção oposta ao campo

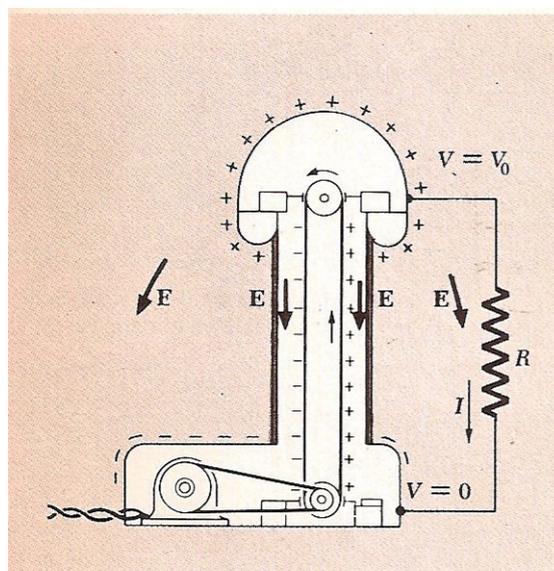
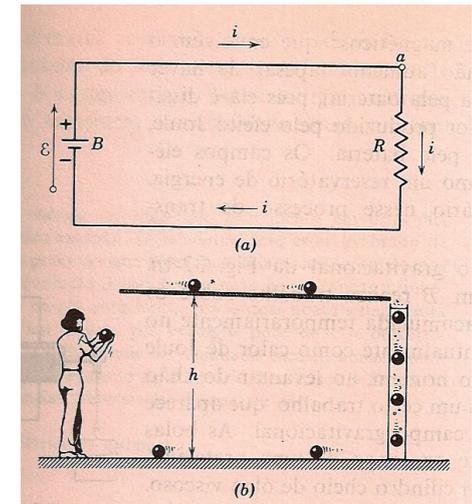
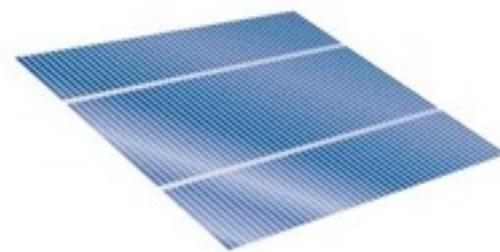


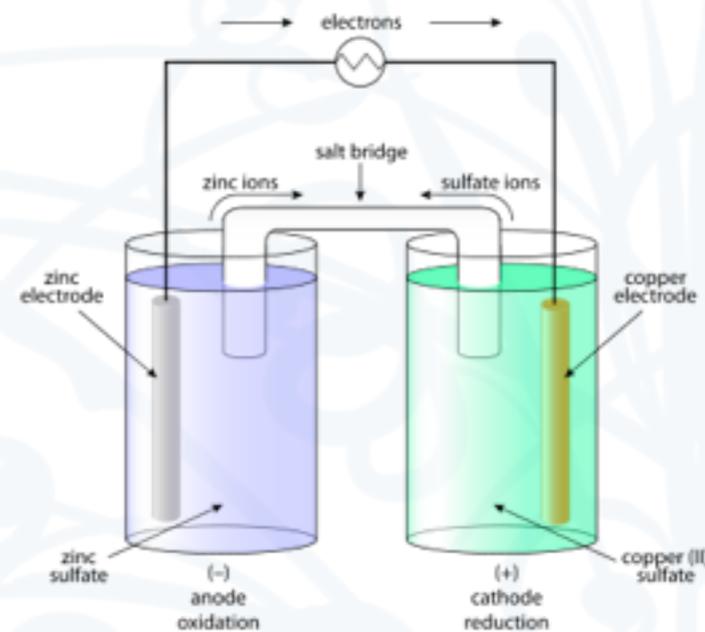
Fig. 4.15 No gerador de Van de Graaff, as cargas são transportadas mecânicamente na direção oposta àquela em que o campo elétrico as faria mover.



Painel Solar



Baterias



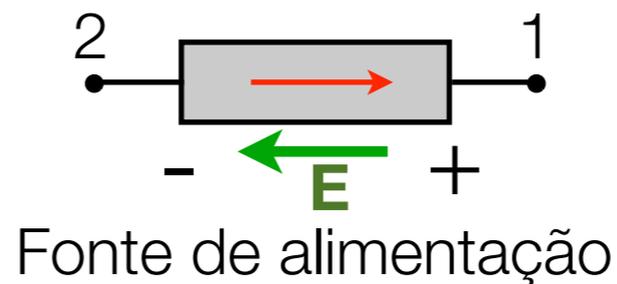
Daniell cell

# FORÇA ELETROMOTRIZ

## DEFINIÇÃO

**Força eletromotriz:  
f.e.m.**

$$\varepsilon = dW/dq$$

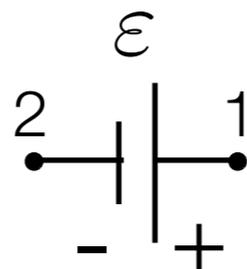


$$\varepsilon = - \int_2^1 \vec{E} \cdot d\vec{l} = V_1 - V_2$$

d.d.p. entre os pontos 1 e 2  
em um circuito aberto

A d.d.p. entre os terminais de uma pilha de 1.5 V -  
medida diretamente com o voltímetro - é 1.5V

Símbolo:

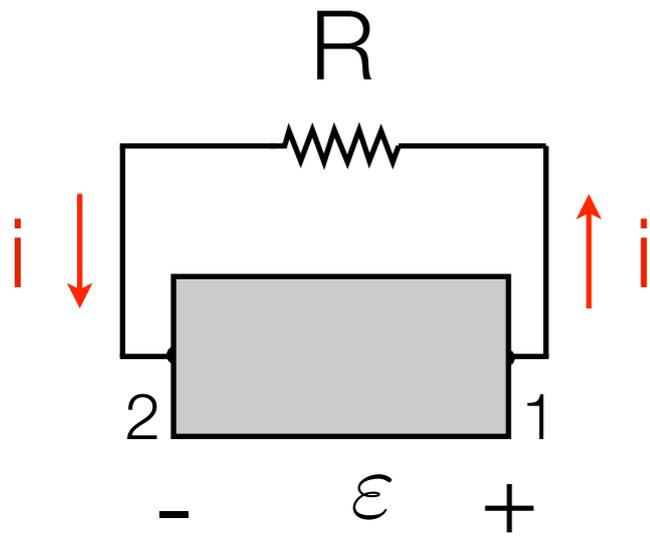


Fonte de alimentação

# FORÇA ELETROMOTRIZ

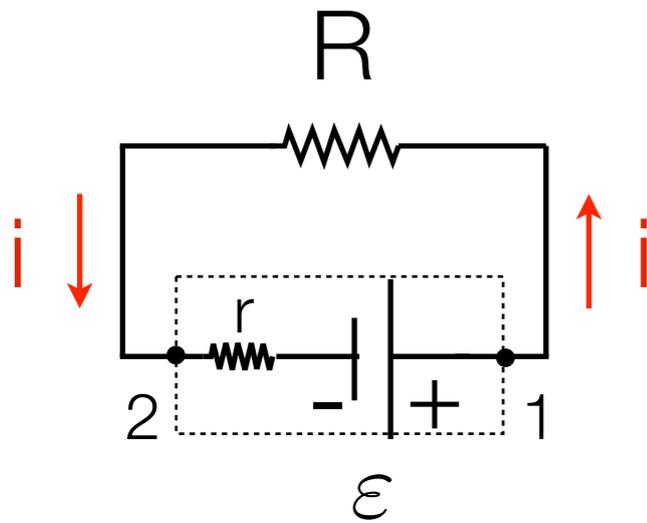
## CIRCUITO

---



# FORÇA ELETROMOTRIZ

## CIRCUITO

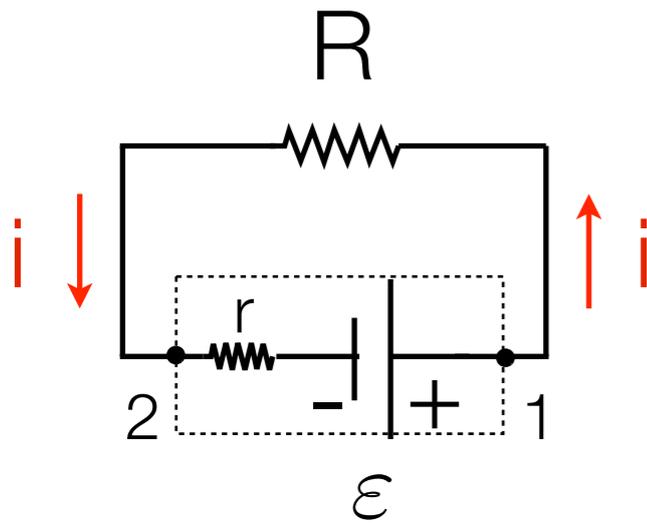


$r$  - resistência interna da fonte de alimentação



# FORÇA ELETROMOTRIZ

## CIRCUITO

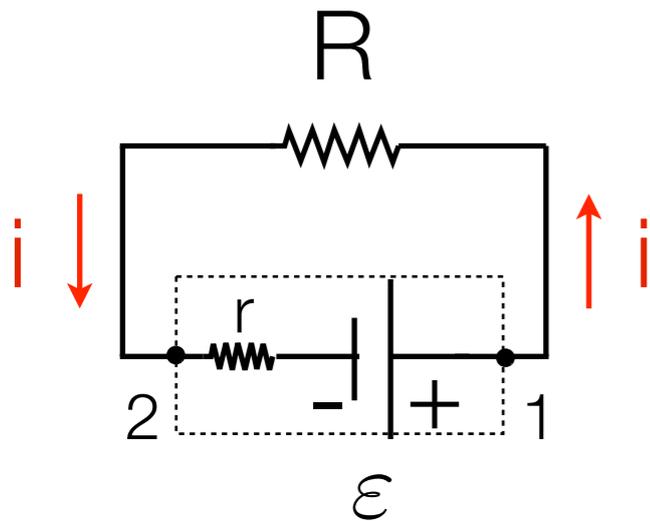


$r$  - resistência interna da fonte de alimentação

$R$  e  $r$  estão em série  $\longrightarrow i = \frac{\epsilon}{R + r}$

# FORÇA ELETROMOTRIZ

## CIRCUITO



$r$  - resistência interna da fonte de alimentação

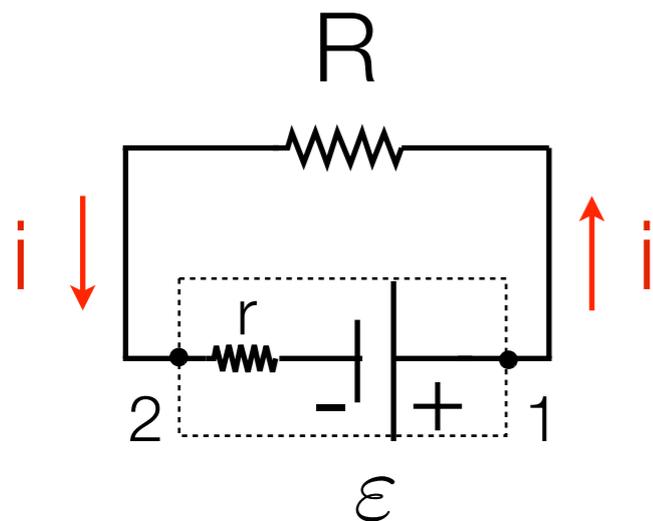
$R$  e  $r$  estão em série  $\longrightarrow i = \frac{\varepsilon}{R + r}$

Diferença de potencial nos polos da bateria:

$$V = V_1 - V_2 = Ri = \frac{R}{R + r} \varepsilon < \varepsilon$$

# FORÇA ELETROMOTRIZ

## CIRCUITO



$r$  - resistência interna da fonte de alimentação

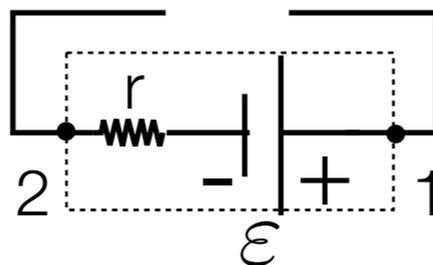
$R$  e  $r$  estão em série  $\longrightarrow i = \frac{\varepsilon}{R + r}$

Diferença de potencial nos polos da bateria:

$$V = V_1 - V_2 = Ri = \frac{R}{R + r} \varepsilon < \varepsilon$$

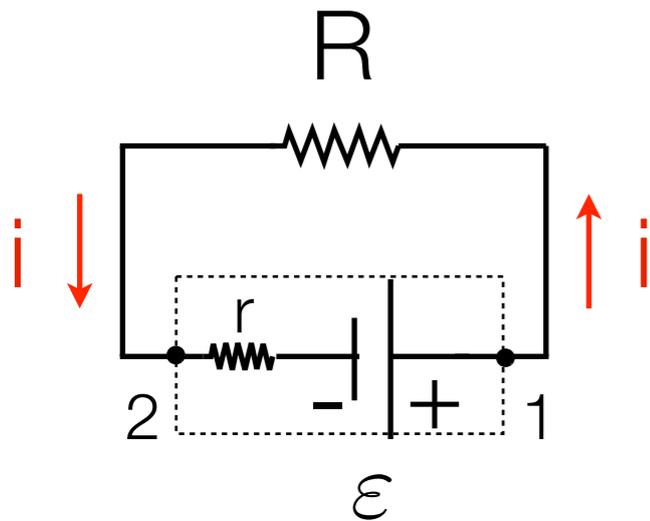
(circuito aberto)

$$\lim_{R \rightarrow \infty}$$



# FORÇA ELETROMOTRIZ

## CIRCUITO



$r$  - resistência interna da fonte de alimentação

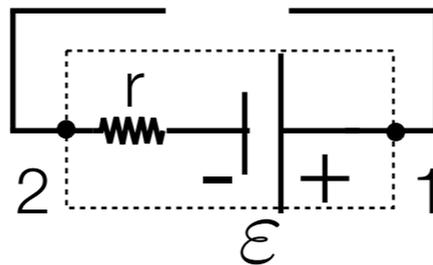
$R$  e  $r$  estão em série  $\longrightarrow i = \frac{\varepsilon}{R + r}$

Diferença de potencial nos polos da bateria:

$$V = V_1 - V_2 = Ri = \frac{R}{R + r} \varepsilon < \varepsilon$$

(circuito aberto)

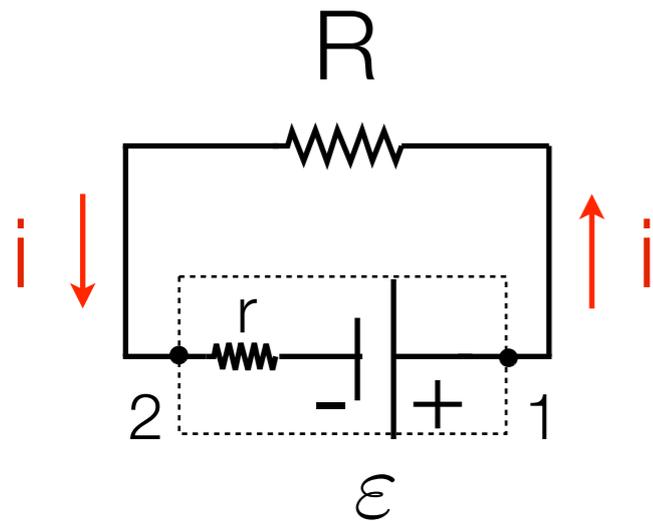
$$\lim_{R \rightarrow \infty}$$



$$i \rightarrow 0 \quad \& \quad V \rightarrow \varepsilon$$

# FORÇA ELETROMOTRIZ

## CIRCUITO



$r$  - resistência interna da fonte de alimentação

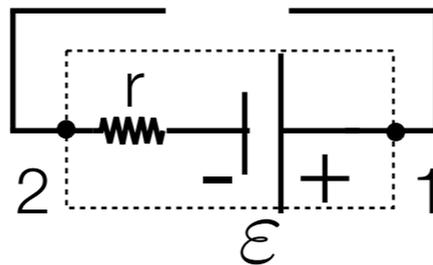
$R$  e  $r$  estão em série  $\longrightarrow i = \frac{\varepsilon}{R + r}$

Diferença de potencial nos polos da bateria:

$$V = V_1 - V_2 = Ri = \frac{R}{R + r} \varepsilon < \varepsilon$$

(circuito aberto)

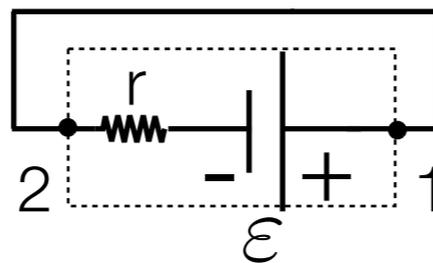
$$\lim_{R \rightarrow \infty}$$



$$i \rightarrow 0 \quad \& \quad V \rightarrow \varepsilon$$

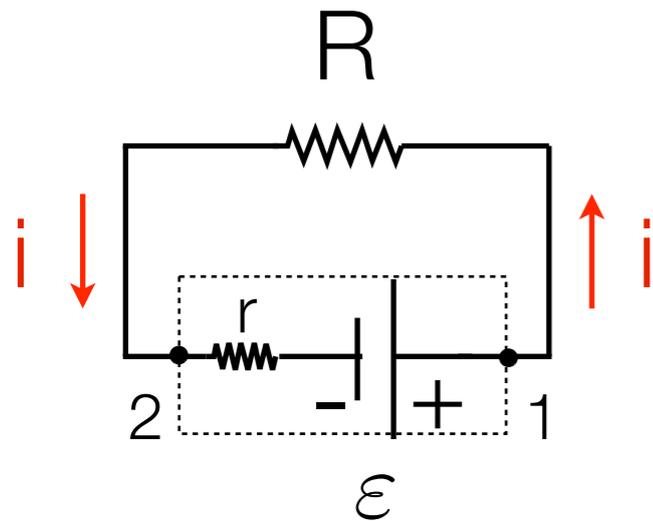
(curto circuito)

$$\lim_{R \rightarrow 0}$$



# FORÇA ELETROMOTRIZ

## CIRCUITO



$r$  - resistência interna da fonte de alimentação

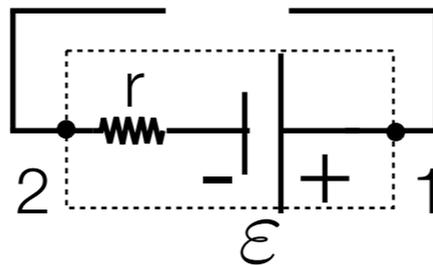
$R$  e  $r$  estão em série  $\longrightarrow i = \frac{\varepsilon}{R + r}$

Diferença de potencial nos polos da bateria:

$$V = V_1 - V_2 = Ri = \frac{R}{R + r} \varepsilon < \varepsilon$$

(circuito aberto)

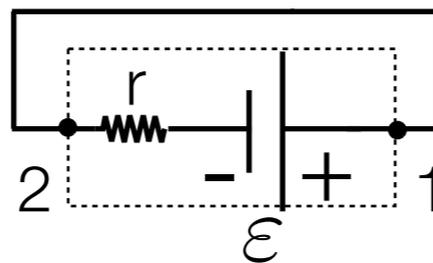
$$\lim_{R \rightarrow \infty}$$



$$i \rightarrow 0 \quad \& \quad V \rightarrow \varepsilon$$

(curto circuito)

$$\lim_{R \rightarrow 0}$$



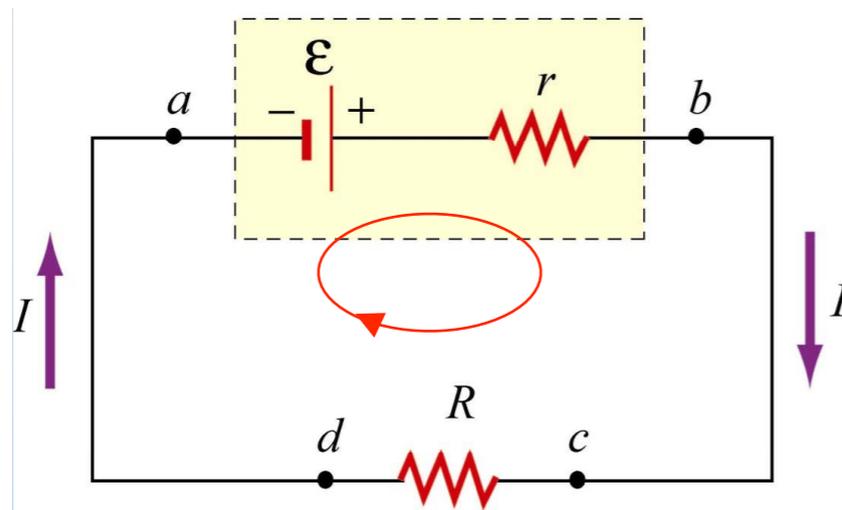
$$i \rightarrow i_{max} = \frac{\varepsilon}{r} \quad \& \quad V \rightarrow 0$$

# REGRAS DE KIRCHHOFF

## CIRCUITO COM 1 MALHA

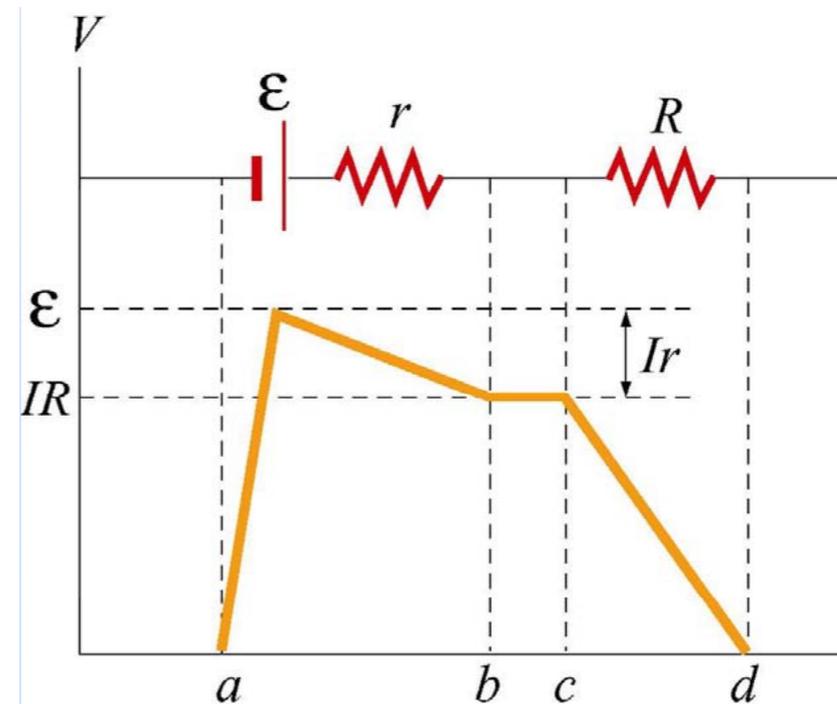
1. A soma de todas as variações de potencial ao longo de um circuito fechado é nula ( $\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0$ )  
(conservação de energia - campo eletrostático é conservativo)

Escolhemos o sentido da corrente e o do percurso da malha



- Através de fonte de f.e.m. percorrida no sentido da corrente há um **ganho** de potencial

$$\Delta V = \epsilon$$



- Através de um resistor ôhmico percorrido no sentido da corrente há uma **queda** de potencial

$$\Delta V = Ri$$

# REGRAS DE KIRCHHOFF

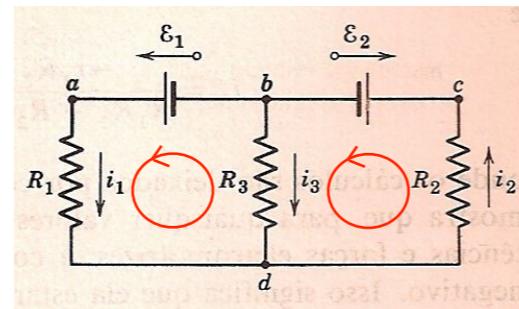
## CIRCUITO COM MAIS DE 1 MALHA

2. Em um nó, a soma algébrica de todas as correntes deve ser nula (conservação de carga)

Escolhemos os sentidos das correntes e dos percursos das malhas

- No nó b ou d temos:

$$i_1 + i_3 - i_2 = 0 \quad (1)$$



- Malha abd: b-a-d-b

$$\varepsilon_1 - i_1 R_1 + i_3 R_3 = 0 \quad (2)$$

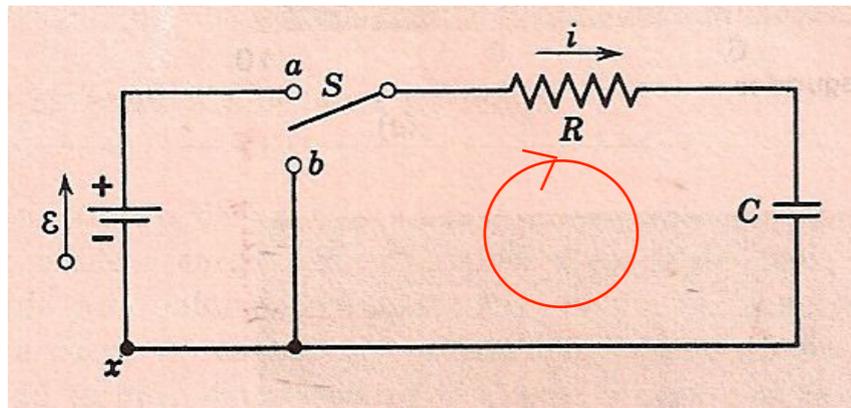
- Malha bcd: c-b-d-c

$$-\varepsilon_2 - i_3 R_3 - i_2 R_2 = 0 \quad (3)$$

Esse sistema com três equações lineares e três incógnitas permite determinar, por exemplo, as três correntes.

# CIRCUITO RC

## CARREGANDO O CAPACITOR



Chave S conectada na posição (a)

Condições iniciais:

$$\text{Em } t = 0 \quad q(t = 0) = q_0 = 0$$

$$\text{Lei das malhas: } \varepsilon - Ri - \frac{q}{C} = 0 \quad \text{Eq. (1)} \quad q = q(t) \quad i = \frac{dq}{dt}$$

$$\text{Decorre que: } i(t = 0) = i_0 = \frac{\varepsilon}{R}$$

$$\text{Derivando a equação (1) em relação ao tempo: } R \frac{di}{dt} = -\frac{i}{C} \Rightarrow \frac{di}{i} = -\frac{dt}{RC}$$

$$\text{Definindo } \tau = RC \quad \frac{di}{i} = -\frac{dt}{\tau} \Rightarrow \int_{i_0}^i \frac{di}{i} = -\int_0^t \frac{dt'}{\tau} \Rightarrow \ln \left( \frac{i}{i_0} \right) = -\frac{t}{\tau}$$

$$\Rightarrow \boxed{i(t) = i_0 e^{-t/\tau}} \quad \text{quando } t = \tau \quad i(\tau) = \frac{i_0}{e} \approx \frac{i_0}{3}$$

$$\boxed{\tau = RC \quad \text{tempo característico}}$$

# CIRCUITO RC

## CARREGANDO O CAPACITOR

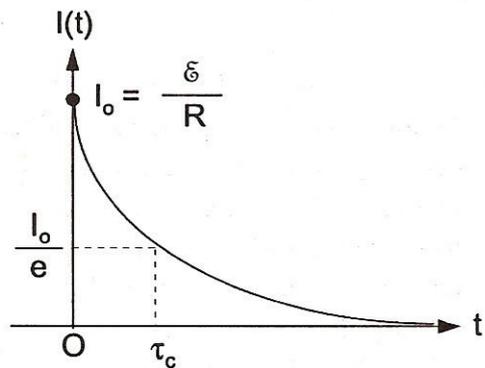


Figura 10.9 Corrente de carga de um capacitor

Carga no capacitor:

$$i = \frac{dq}{dt} \Rightarrow dq = i dt \Rightarrow q(t) = \int_0^t i(t') dt'$$

$$i(t') = i_0 e^{-t'/\tau} \Rightarrow q(t) = -i_0 \tau e^{-t/\tau} \Big|_0^t$$

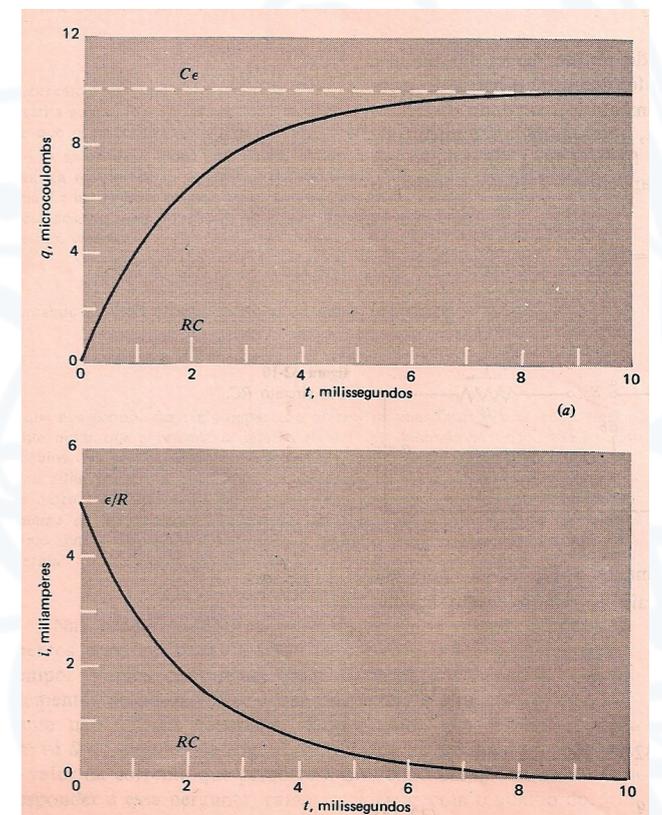
$$\Rightarrow q(t) = \varepsilon C \left( 1 - e^{-t/\tau} \right)$$

$$q(t = 0) = 0$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} q(t) = \varepsilon C$$

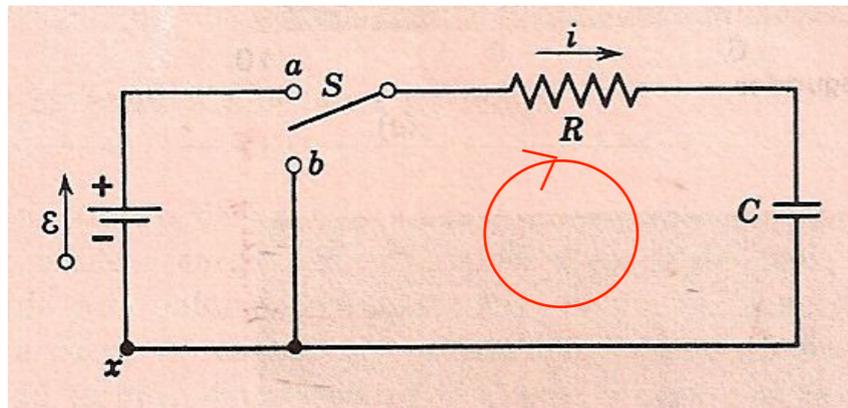
$$i(t = 0) = \frac{\varepsilon}{R}$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} i(t) = 0$$



# CIRCUITO RC

## DESCARREGANDO O CAPACITOR



Chave S conectada na posição (b)

Condições iniciais:

Em  $t = 0$   $q(t = 0) = q_0 = C\varepsilon$  (carga máxima)

Lei das malhas:  $-Ri - \frac{q}{C} = 0$  Eq. (2)  $q = q(t)$   $i = \frac{dq}{dt}$

Decorre que:  $i(t = 0) = i_0 = \frac{q_0}{RC} = -\frac{\varepsilon}{R}$

Da equação (2):  $R \frac{dq}{dt} = -\frac{q}{C} \Rightarrow \frac{dq}{q} = -\frac{dt}{RC}$

Definindo  $\tau = RC$   $\frac{dq}{q} = -\frac{dt}{\tau} \Rightarrow \int_{q_0}^q \frac{dq}{q} = -\int_0^t \frac{dt'}{\tau} \Rightarrow \ln\left(\frac{q}{q_0}\right) = -\frac{t}{\tau}$

$\Rightarrow$   $q(t) = q_0 e^{-t/\tau}$  quando

$t = \tau$   $q(t) = \frac{q_0}{e} \approx \frac{q_0}{3}$

$\tau = RC$  tempo característico

# CIRCUITO RC

## DESCARREGANDO O CAPACITOR

Corrente no circuito:  $i(t) = \frac{dq}{dt}$        $q(t) = q_0 e^{-t/\tau}$

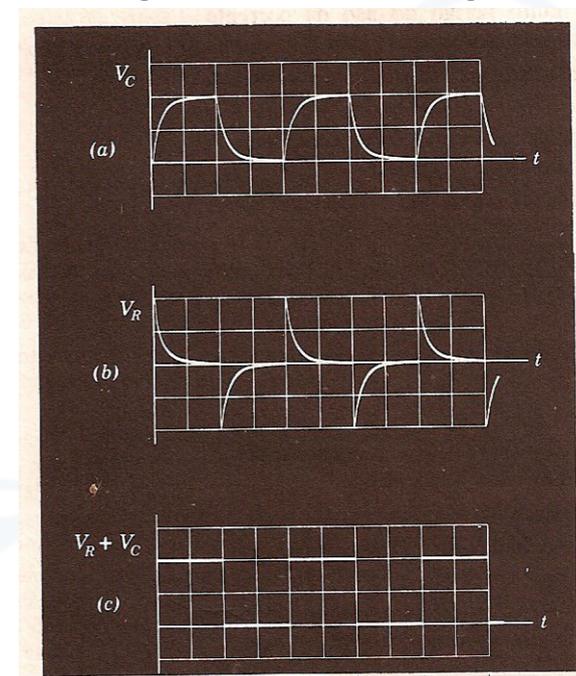
$$\Rightarrow i(t) = -\frac{q_0}{\tau} e^{-t/\tau}$$

Sinal negativo indica apenas que a corrente tem sentido oposto ao escolhido na figura

$$q(t = 0) = q_0 \quad \left| \quad \lim_{t \rightarrow \infty} q(t) = 0$$

$$i(t = 0) = i_0 = -\frac{q_0}{\tau} \quad \left| \quad \lim_{t \rightarrow \infty} i(t) = 0$$

Carga e descarga

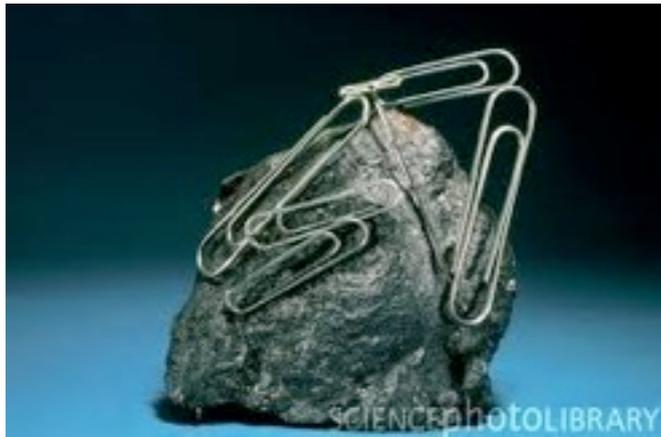


# CAMPO MAGNÉTICO

---

Aulas # 13/14

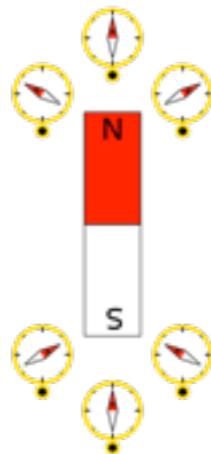
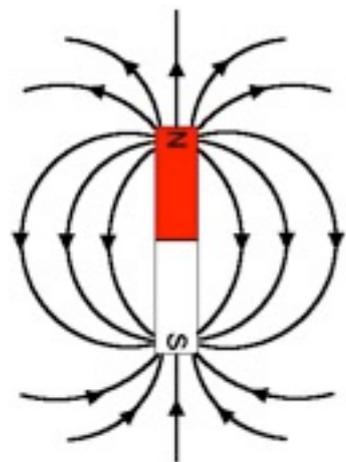
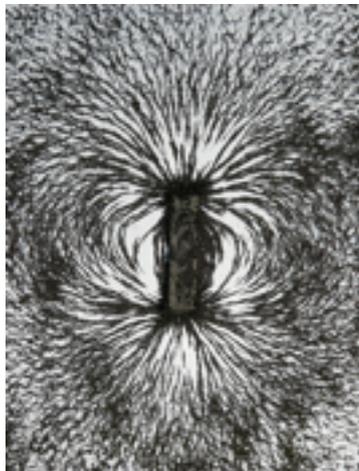
# IMÃ E CAMPO MAGNÉTICO



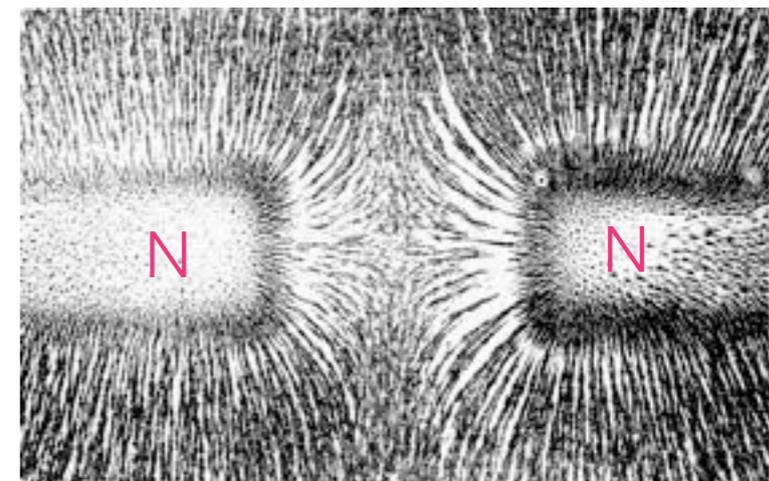
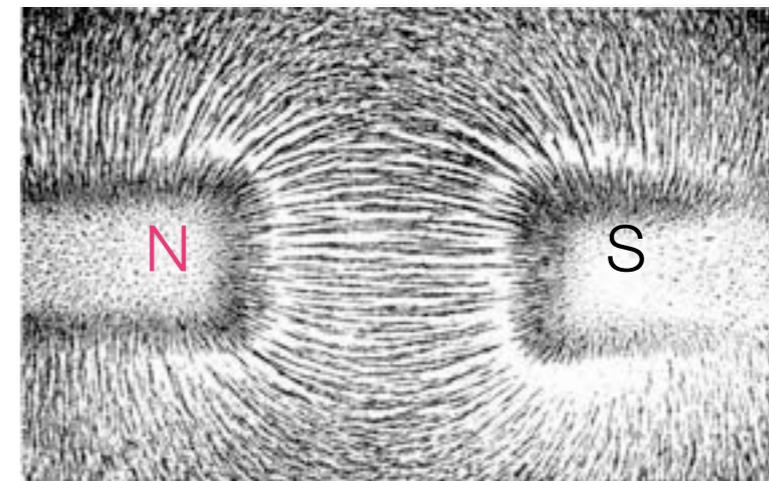
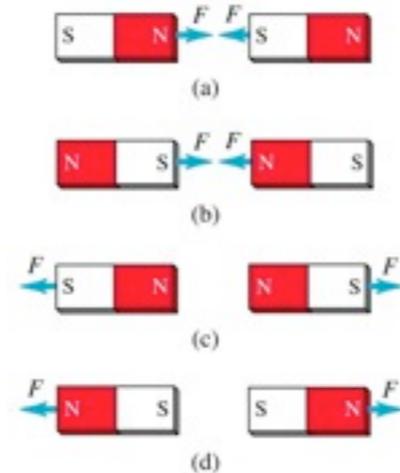
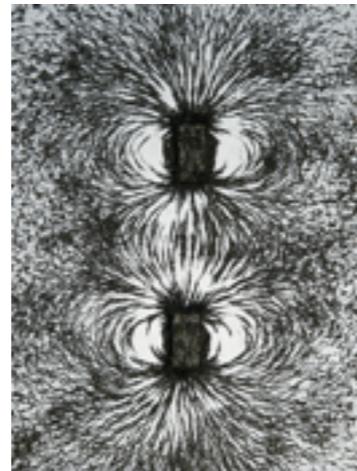
Magnetita

Proveniente de alguns lugares é um ímã natural, capaz de atrair partículas de Fe. Trata-se de um óxido de ferro  $\text{Fe}_3\text{O}_4$

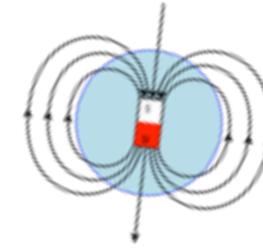
Ímã



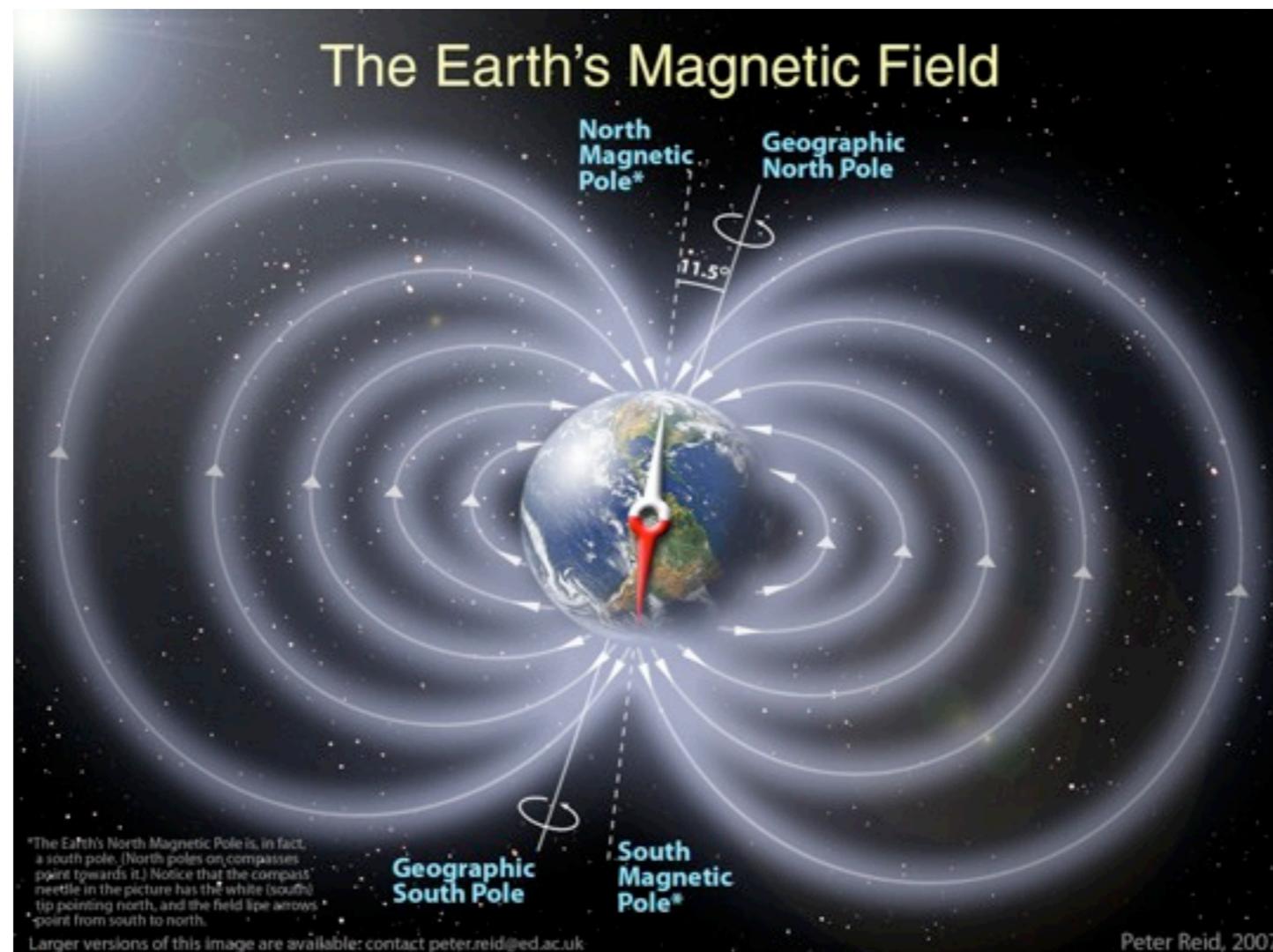
Partido em 2: 2 ímãs



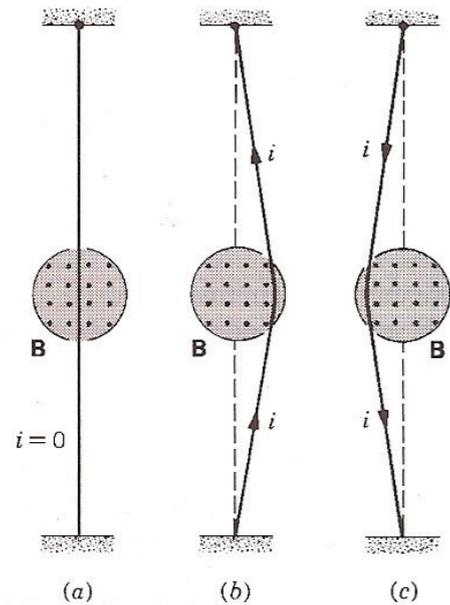
# A TERRA É UM IMÃ



- Os polos magnéticos não coincidem com os polos geográficos.
- A polaridade magnética é oposta: a bússola na terra aponta ~ na direção do norte geográfico.

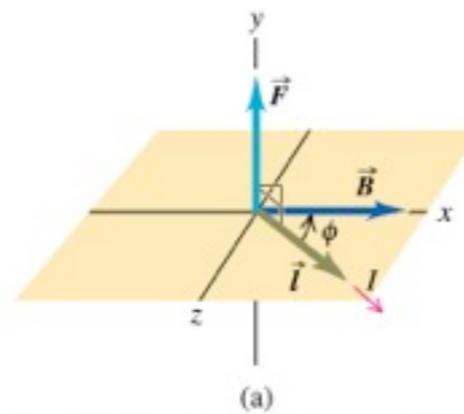
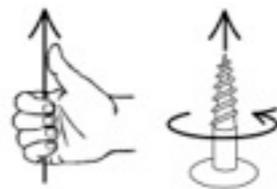
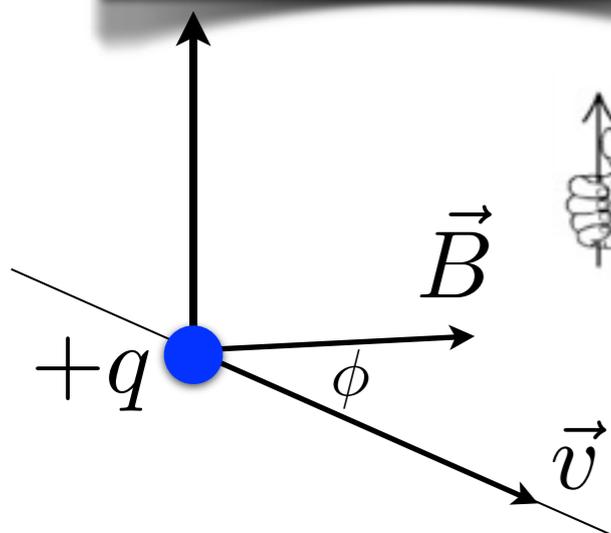


# FORÇA SOBRE CARGAS EM MOVIMENTO

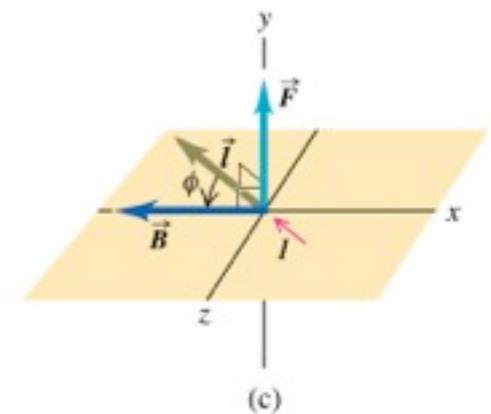
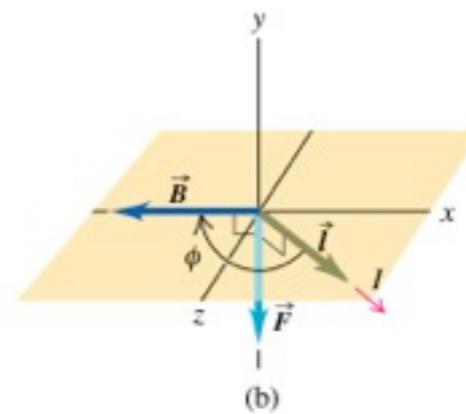


- A força depende do sentido e da intensidade da corrente, ou seja, da carga e da velocidade dos portadores.
- A força depende do sentido e da intensidade do campo
- É possível verificar que ela é perpendicular tanto a velocidade dos portadores, quanto ao campo magnético

$$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$$



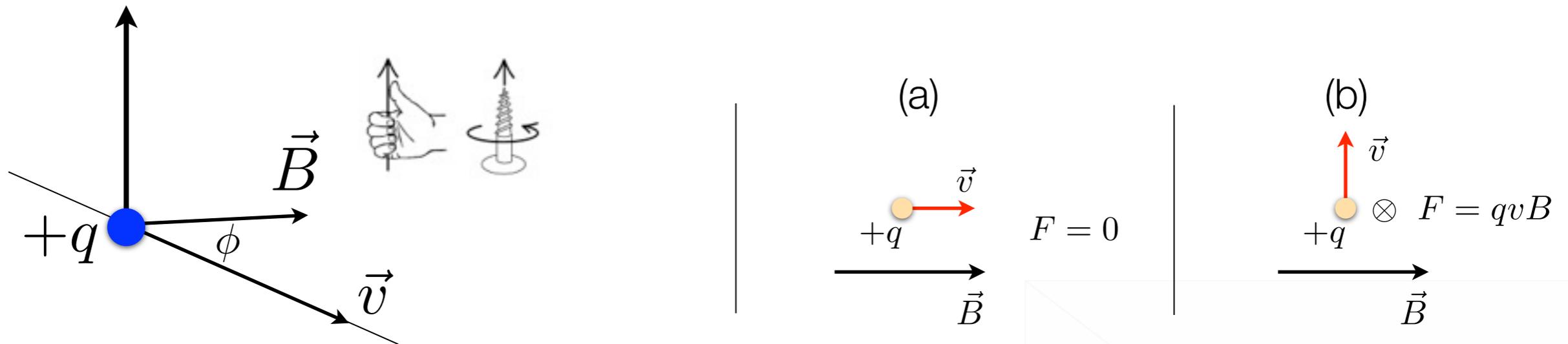
Copyright © Addison Wesley Longman, Inc.



$$\Rightarrow F = qvB \sin(\phi)$$

# FORÇA SOBRE CARGAS EM MOVIMENTO

$$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B} \Rightarrow F = qvB \sin(\phi)$$



- A força magnética sobre cargas em movimento, sendo perpendicular à velocidade, não trabalha.

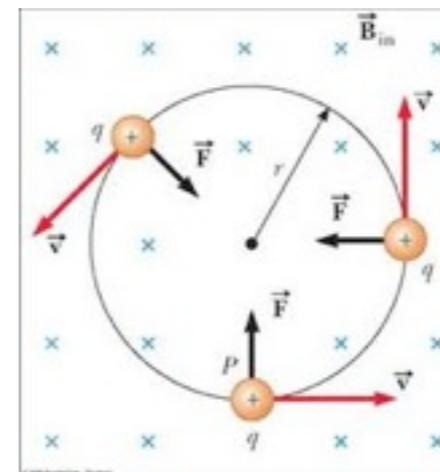
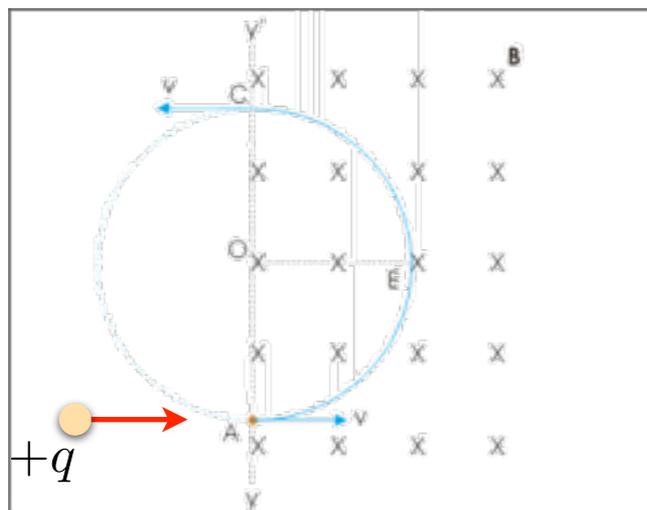
$$dW = \vec{F} \cdot d\vec{\ell} \quad \vec{v} = \frac{d\vec{\ell}}{dt} \Rightarrow d\vec{\ell} = \vec{v}dt$$

$$\vec{F} \perp \vec{v} \Rightarrow \vec{F} \perp d\vec{\ell} \Rightarrow dW = 0$$

Unidades: (SI) 1 Tesla = 1 N/(C m/s); 1 T =  $10^4$  Gauss

# FORÇA SOBRE CARGAS EM MOVIMENTO

Consequentemente:  $\Delta E_c = 0 \Rightarrow |\vec{v}|$  constante, ou seja, a força magnética pode apenas alterar a direção da velocidade da partícula carregada.



$$F = qvB = \frac{mv^2}{R} \Rightarrow R = \frac{mv}{qB}$$

*O que acontece se a carga for negativa?*

Raio da órbita depende do momento da partícula, da sua carga e do valor do campo  $B$

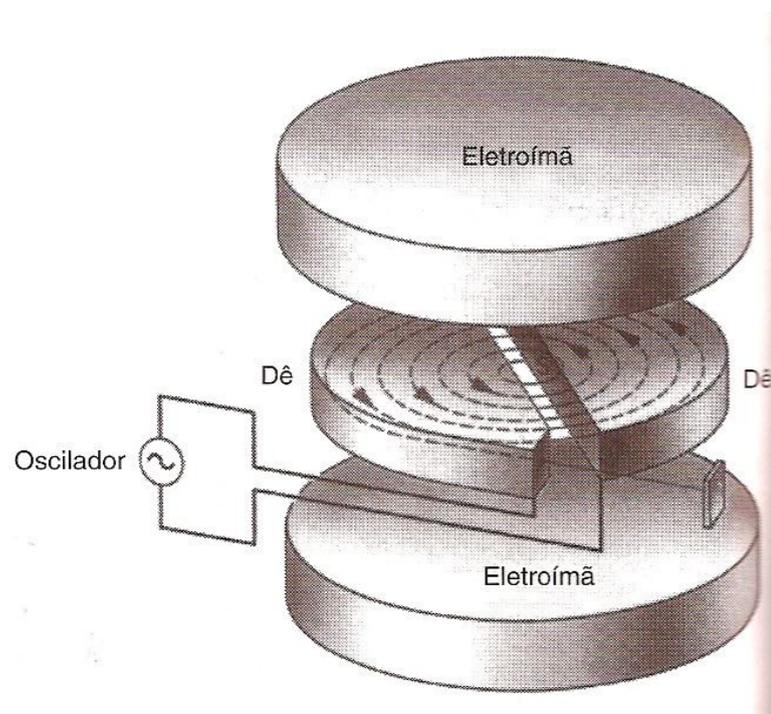
# FREQUÊNCIA DE CICLOTRON

## SUBSTITUA O TEXTO DO CICLOTRON

$$\omega = \frac{v}{R} \Rightarrow \nu = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{|q|B}{2\pi m}$$

Frequência de cíclotron

Para  $v \ll c$ , a frequência  $\nu$  não depende de  $v \Rightarrow$  elétrons lançados com velocidades menor, levam o mesmo tempo para percorrer sua trajetória circular de raio menor.



$$R = \frac{mv}{|q|B} \Rightarrow v = \frac{|q|BR}{m}$$

$$E_c = \frac{p^2}{2m} = \frac{q^2 B^2 R^2}{2m}$$

maior  $E_c$  maior  $R$

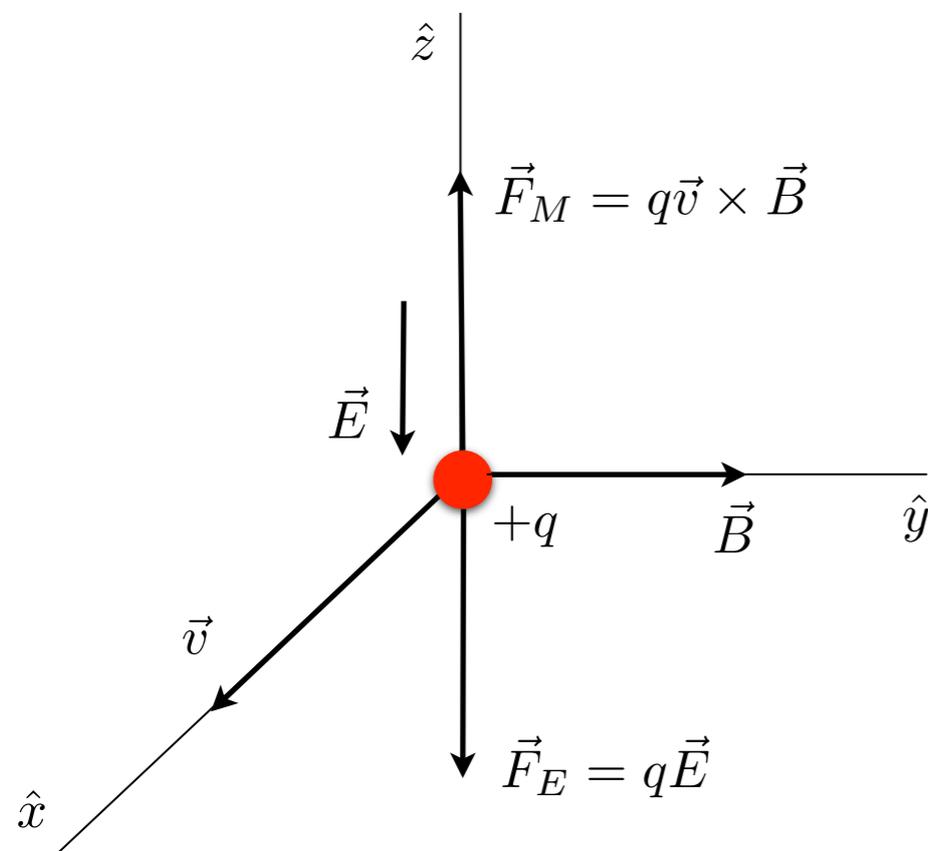
prótons acelerados até ~10MeV

# FORÇA DE LORENTZ

- Na presença de um campo elétrico  $\vec{E}$  e de um campo magnético  $\vec{B}$

$$\vec{F} = q\vec{E} + q\vec{v} \times \vec{B}$$

Suponha que  $\vec{E}$ ,  $\vec{B}$  e  $\vec{v}$  são perpendiculares entre si (como ilustrado).



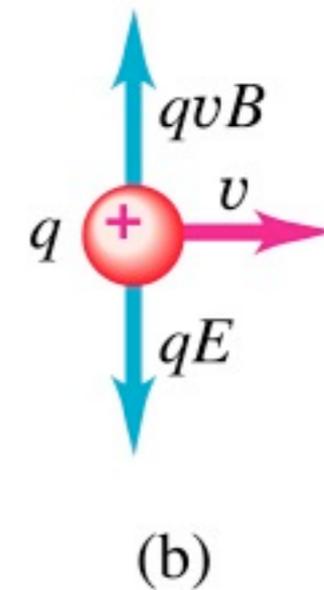
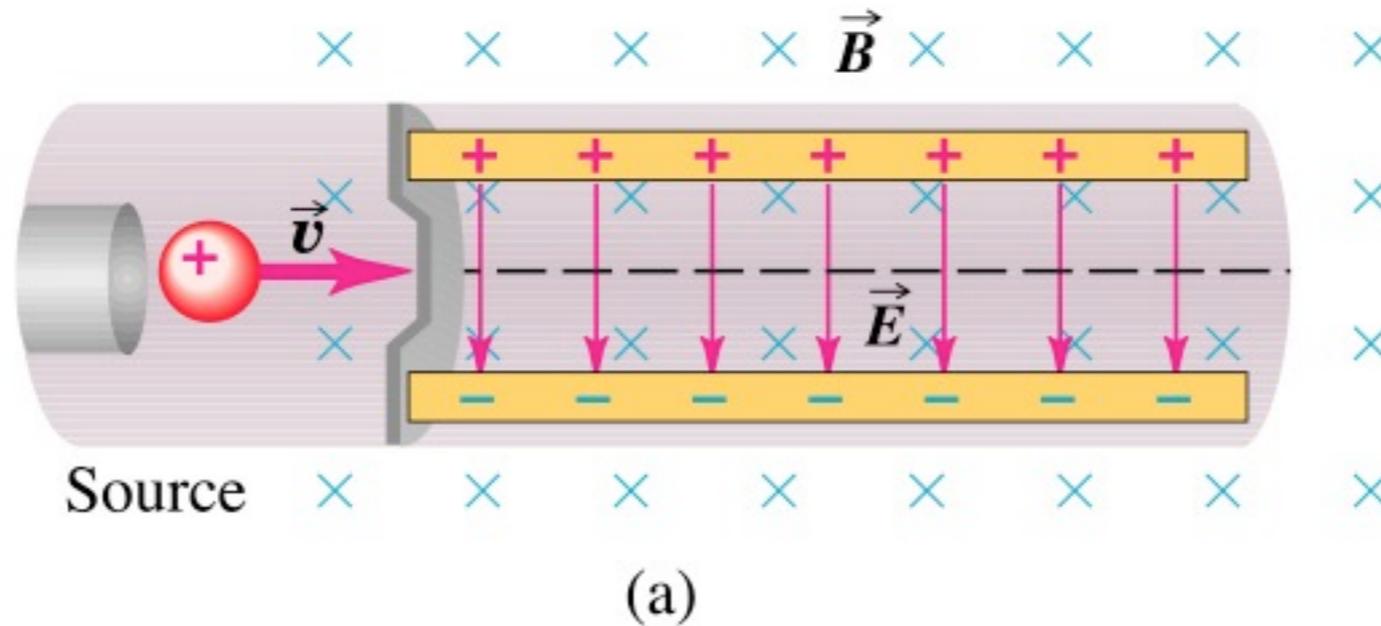
Nesse caso podemos ajustar  $E$  e  $B$  de tal forma que  $\vec{F} = 0$ . Dessa forma:

$$qE = qvB \Rightarrow v = \frac{E}{B}$$

# FORÇA DE LORENTZ

## SELETOR DE VELOCIDADES

As partículas com essa velocidade não são defletidas nessa região. Podemos usar isso para como um dispositivo seletor de velocidade.

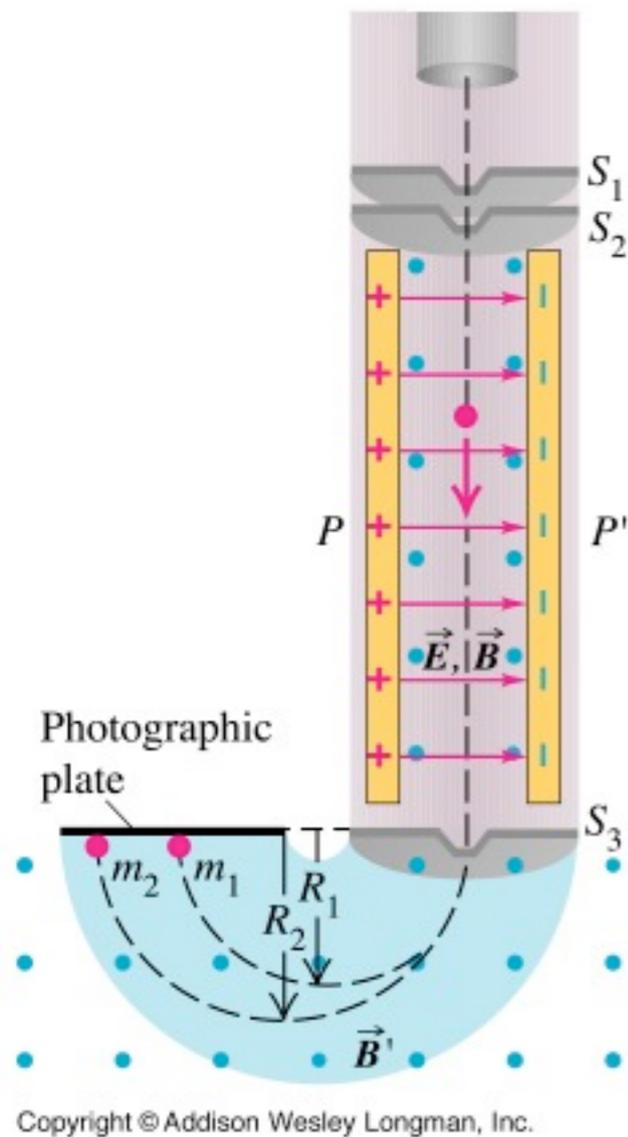


Copyright © Addison Wesley Longman, Inc.

$$v = \frac{E}{B}$$

# FORÇA DE LORENTZ

## ESPECTRÔMETRO DE MASSA



Podemos combinar os dois resultados para construir um espectrômetro de massa. As partículas carregadas selecionadas com velocidades conhecidas

$$v = \frac{E}{B}$$

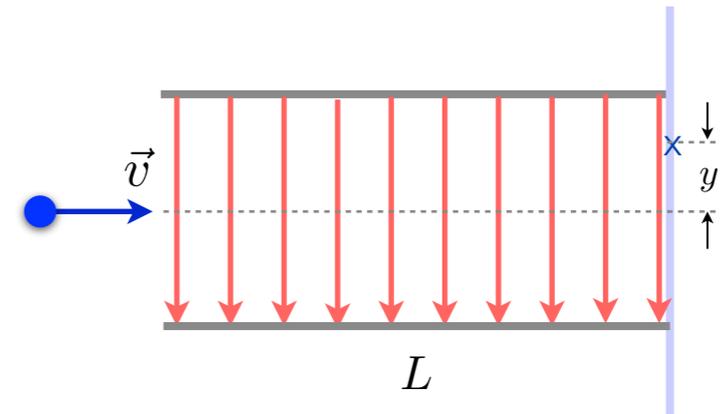
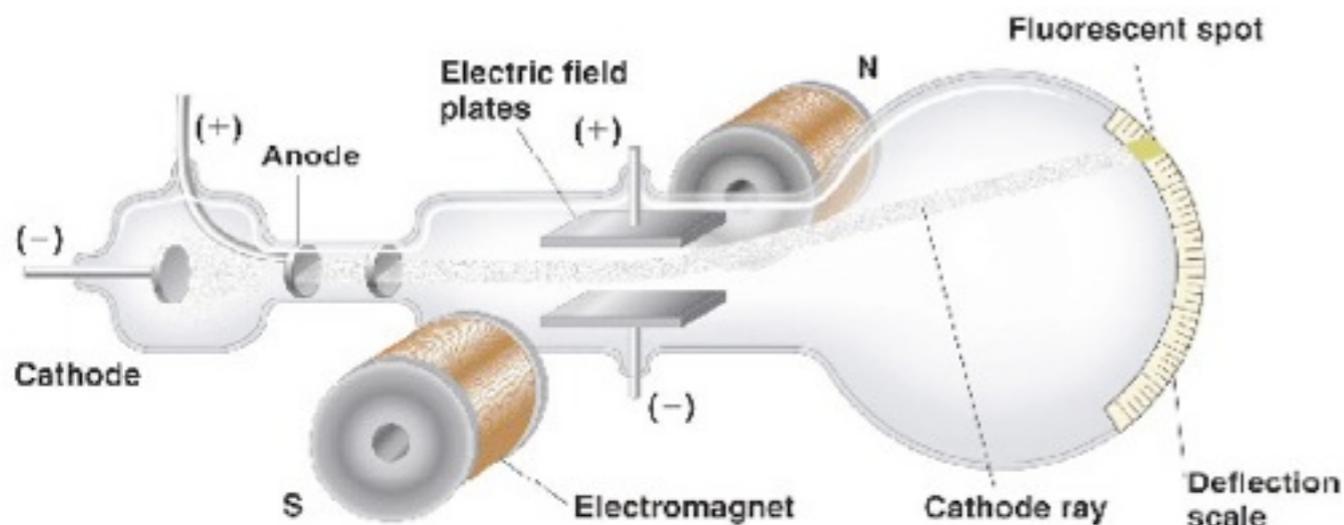
são injetadas em uma região com  $B$  apenas. Elas descrevem órbitas circulares de raio

$$R = \frac{mv}{qB}$$

$$\Rightarrow R = \frac{mE}{qB^2} \Rightarrow \frac{q}{m} = \frac{E}{RB^2}$$

# FORÇA DE LORENTZ

## RAZÃO CARGA MASSA - J. J. THOMSON



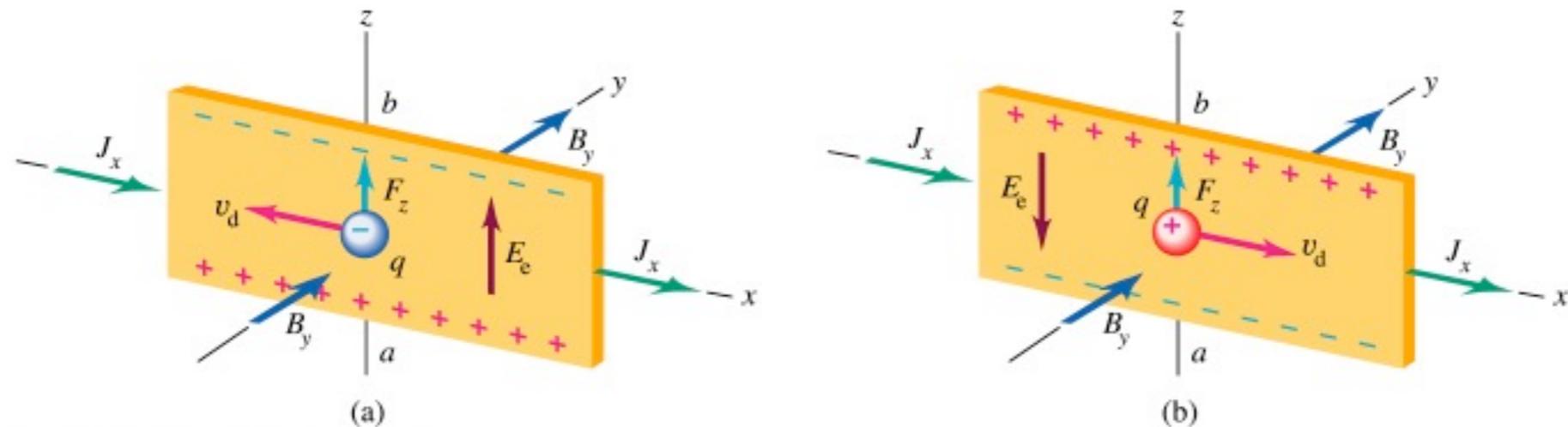
Sem campo magnético:  $y = \frac{1}{2} \left( \frac{eE}{m} \right) t^2$        $t = \frac{L}{v} \Rightarrow y = \frac{eEL^2}{2mv^2}$

Campo magnético é ajustado de modo a que o feixe não seja defletido:

$$v = \frac{E}{B} \Rightarrow \boxed{\frac{e}{m} = \frac{2Ey}{B^2 L^2}} \approx 1.7 \times 10^{11} \text{ C/kg}$$

# EFEITO HALL

## CLÁSSICO



Copyright © Addison Wesley Longman, Inc.

A força magnética cria uma d.d.p. transversa  $V_{ab}$ , cuja polaridade (sinal) depende da carga dos portadores de corrente.  $V_{ab}$  se estabiliza quando

$$q\vec{E} = q\vec{v} \times \vec{B} \Rightarrow E = vB$$

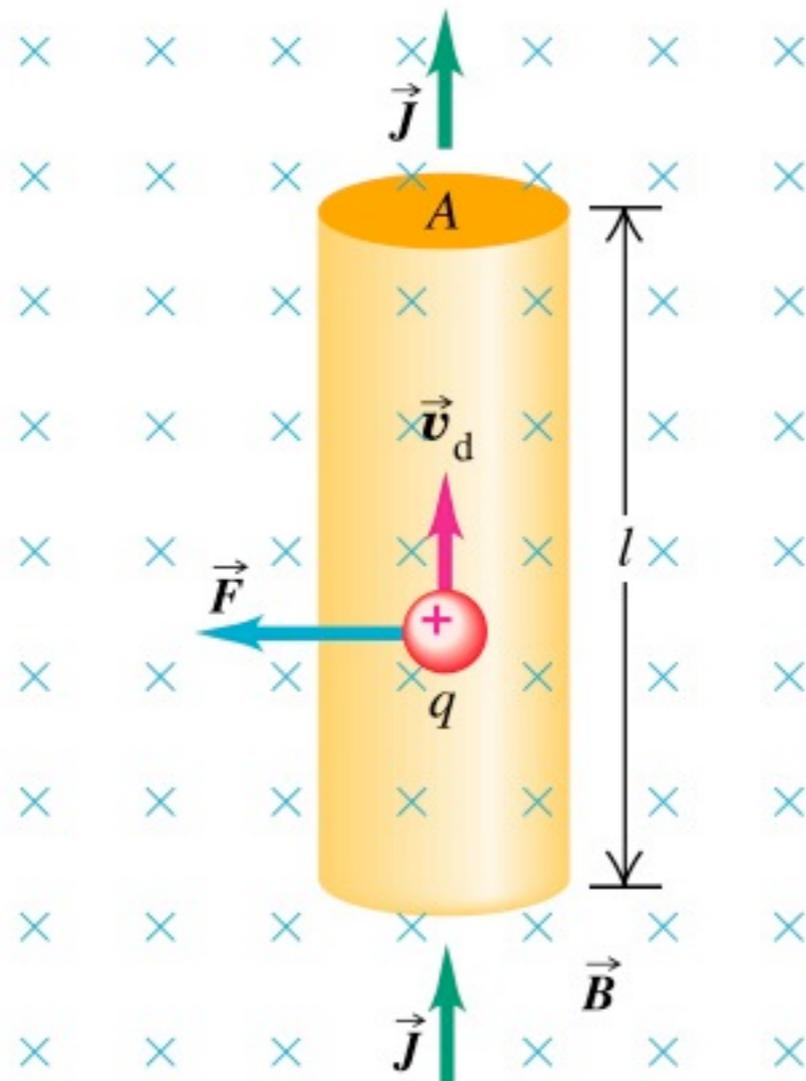
Considerando que a largura da tira é  $L$  e que sua espessura é  $\epsilon$ , temos que

$$E = \frac{V}{L}; \quad v = \frac{j}{ne}; \quad j = \frac{i}{A} = \frac{i}{\epsilon L} \Rightarrow \boxed{n = \frac{iB}{e\epsilon V}}$$

Medindo  $V$  obtemos o sinal da carga e a densidade de portadores  $n$

# FORÇA MAGNÉTICA SOBRE UM CONDUTOR

## PERCORRIDO POR UMA CORRENTE ELÉTRICA



Copyright © Addison Wesley Longman, Inc.

A força magnética cria uma d.d.p. transversa  $V_{ab}$ , cuja polaridade (sinal) depende da carga dos portadores de

$$\vec{F} = Nq \langle \vec{v} \rangle \times \vec{B}$$

# de portadores

carga dos portadores

velocidade média dos portadores

$$N = nAl ; \quad \vec{j} = nq \langle \vec{v} \rangle \quad \Rightarrow$$

$$\vec{F} = nAlq \left( \frac{\vec{j}}{nq} \right) \times \vec{B} = lA\vec{j} \times \vec{B}$$

Escrevendo  $\vec{j} = j\hat{j}$ ,  $i = jA$  e definindo  $\vec{\ell} = l\hat{j}$  obtemos:

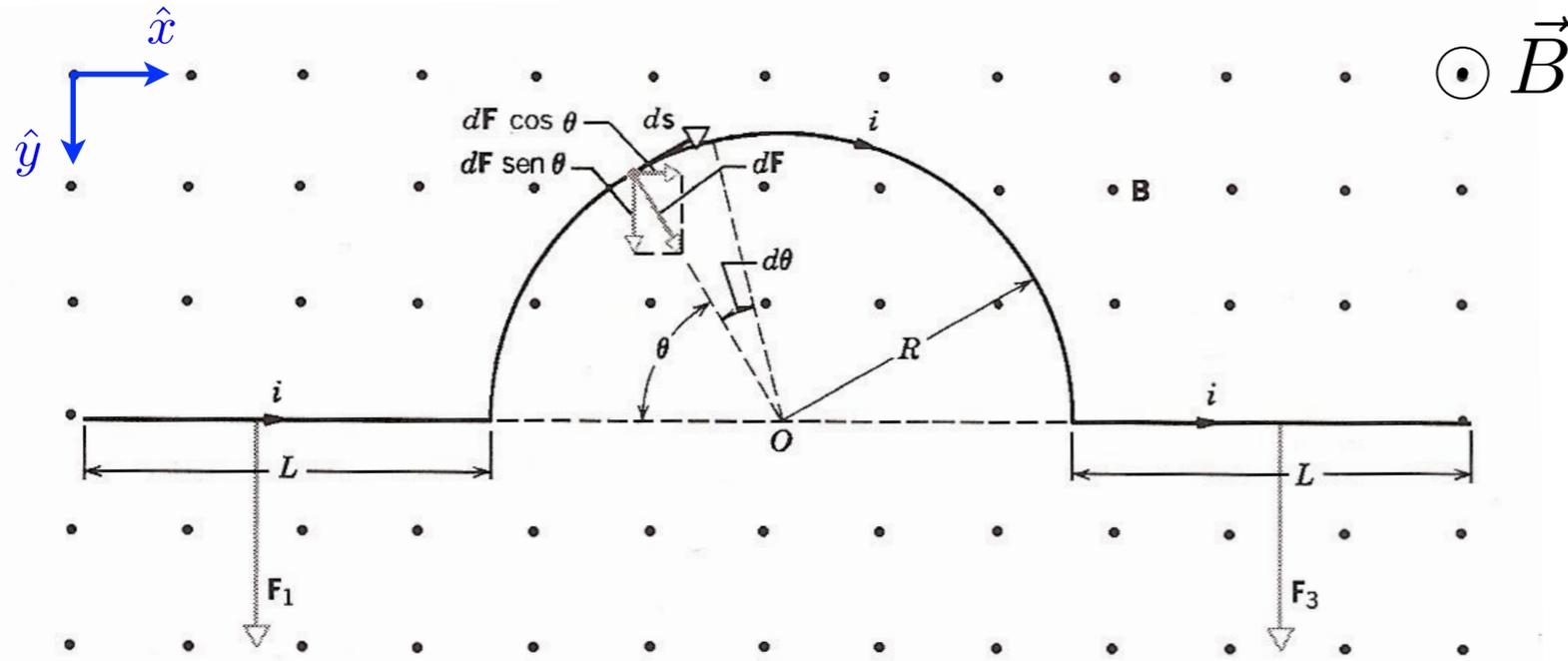
$$\vec{F} = i\vec{\ell} \times \vec{B} \quad \text{ou, infinitesimalmente,}$$

$$d\vec{F} = id\vec{\ell} \times \vec{B}$$

$d\vec{\ell}$  ao longo do condutor e na direção e sentido de  $\hat{j}$

# FORÇA MAGNÉTICA SOBRE UM CONDUTOR

PERCORRIDO POR UMA CORRENTE ELÉTRICA



$$F_1 = F_3 = iLB$$

$$dF_2^x = dF \cos(\theta)$$

$$dF_2^y = dF \sin(\theta)$$

$$F_2^x = \int_0^\pi dF_2^x = 0 \quad \text{Consequentemente,}$$

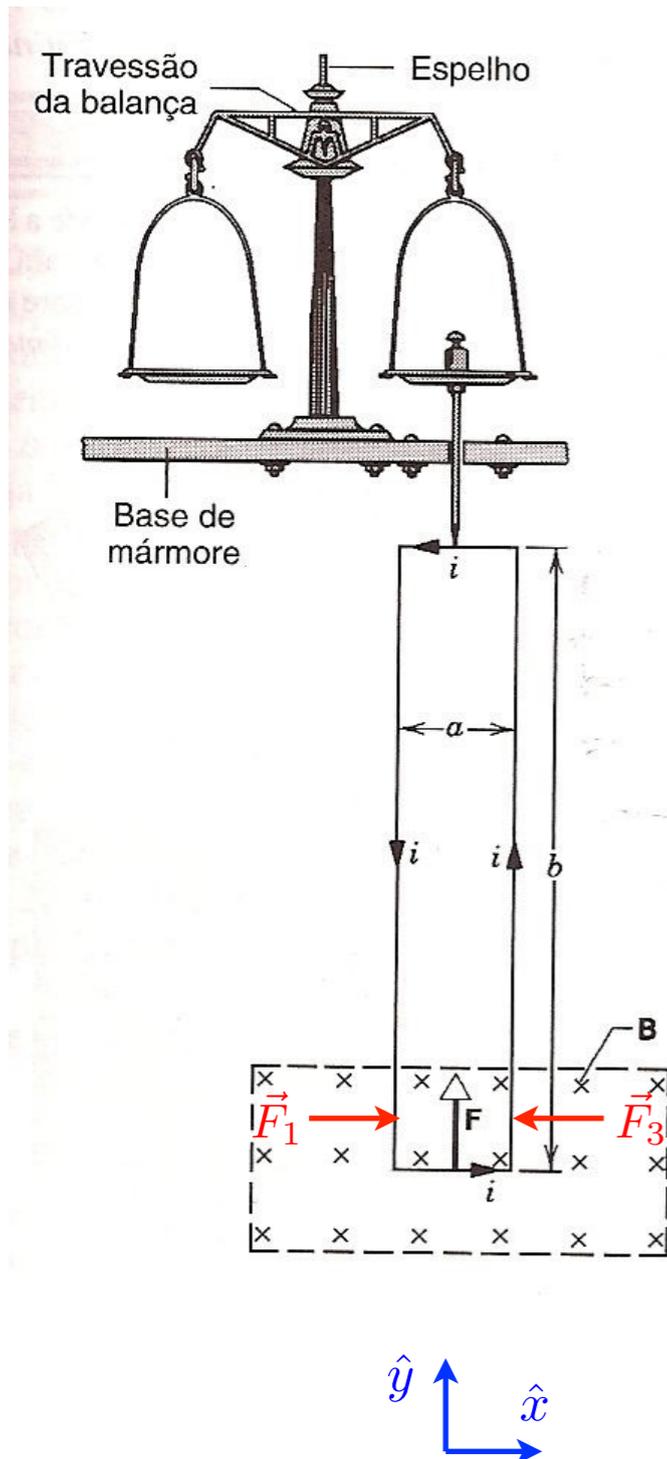
$$F_2^y = \int_0^\pi dF_2^y = \int_0^\pi dF \sin(\theta) = \int_0^\pi idl B \sin(\theta) = \int_0^\pi iR d\theta B \sin(\theta) \Rightarrow$$

$$F_2^y = iRB \int_0^\pi d\theta \sin(\theta) = 2iRB \quad \text{Consequentemente,}$$

$$F = F_y = F_1 + F_2^y + F_3 = 2iLB + 2iBR = 2iB(L + R)$$

# FORÇA MAGNÉTICA SOBRE UM CONDUTOR

PERCORRIDO POR UMA CORRENTE ELÉTRICA



$$\vec{F}_1 = -\vec{F}_3$$

$$d\vec{F} = i d\vec{\ell} \times \vec{B}$$

$$\vec{F} = i\vec{\ell} \times \vec{B} \Rightarrow F = iaB$$

A bobina é composta por 9 fios, conseqüentemente,

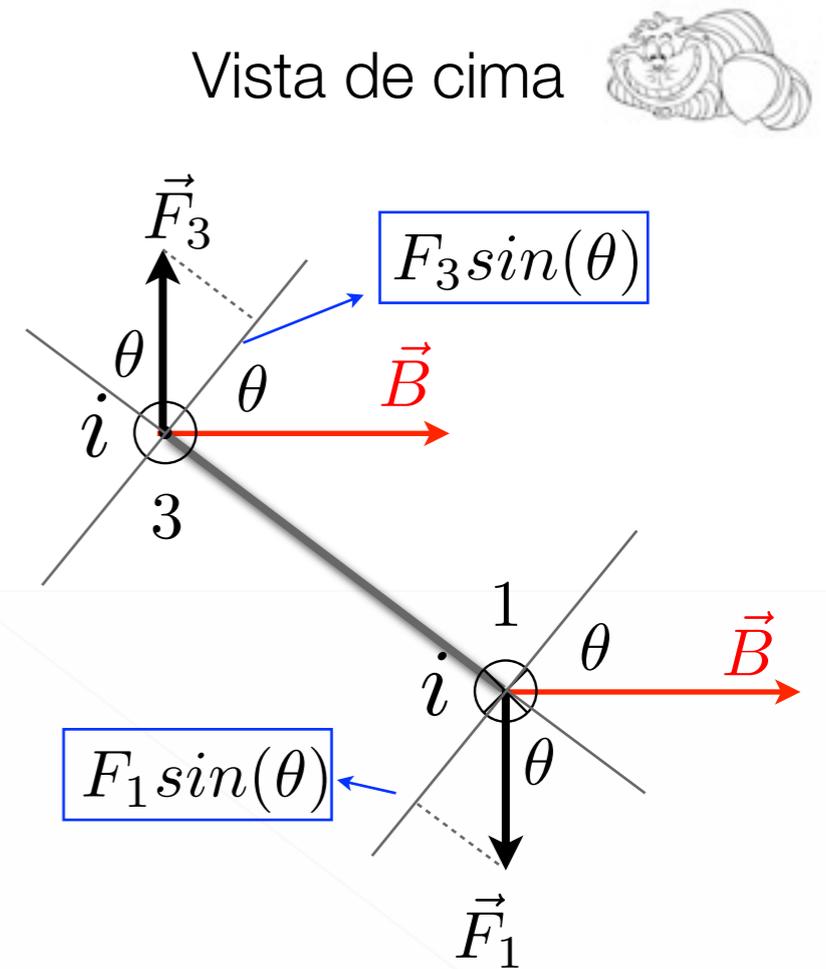
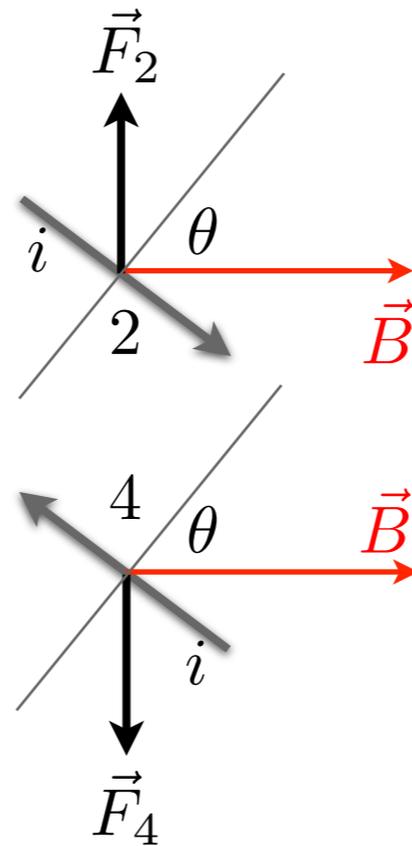
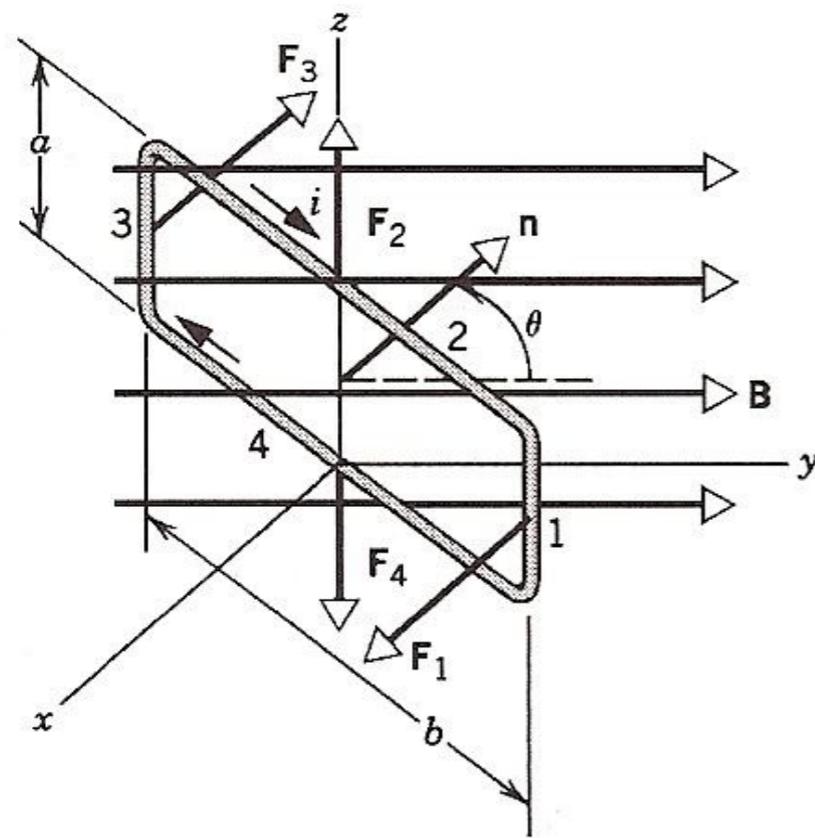
$$\vec{F} = 9iaB\hat{y}$$

$$mg = F_T = 9iaB \Rightarrow$$

$$B = \frac{mg}{9ia}$$

# FORÇA MAGNÉTICA SOBRE UMA ESPIRA CONDUTORA

## GALVANÔMETRO



$$F_2 = F_4 = ibB \cos(\theta); \quad F_1 = F_3 = iaB$$

$$\sum_{i=1,4} \vec{F}_i = 0$$

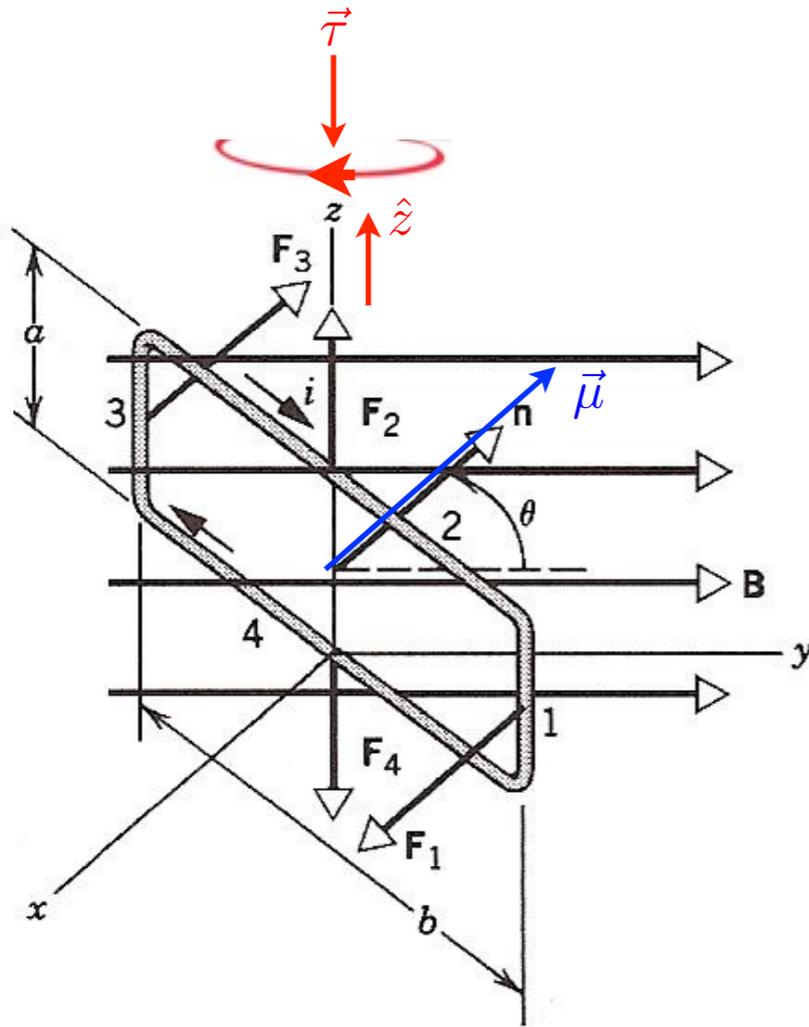
Entretanto,

$$\vec{F}_1 \text{ e } \vec{F}_3 \text{ causam torque, e a espira gira em torno do eixo z: } \vec{\tau} = -iabB \sin(\theta) \hat{z}$$

$$\vec{F}_2 \text{ e } \vec{F}_4 \text{ não causam torque.}$$

# FORÇA MAGNÉTICA SOBRE UMA ESPIRA CONDUTORA

## GALVANÔMETRO



$$\vec{\tau} = -iabB \sin(\theta) \hat{z}$$

Definindo  $\vec{A} = A\hat{n}$  onde  $A = ab$

$$\vec{\mu} = iA\hat{n} \Rightarrow \vec{\tau} = \vec{\mu} \times \vec{B}$$

$\vec{\mu}$  - momento de dipolo magnético da espira

O torque tende a alinhar o dipolo  $\vec{\mu}$  na direção do campo  $\vec{B}$

# FORÇA MAGNÉTICA SOBRE UMA ESPIRA CONDUTORA

## ENERGIA POTENCIAL

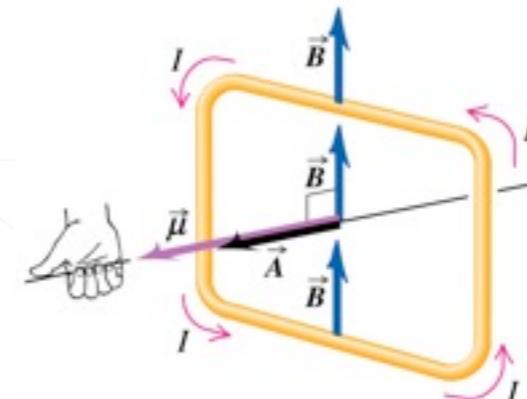
$$dW = \tau d\theta = \mu B \sin(\theta) d\theta$$

$$\Delta U = \int \mu B \sin(\theta) d\theta$$

Escolha de origem:  $U\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$

$$U(\theta) - U\left(\frac{\pi}{2}\right) = \int_{\frac{\pi}{2}}^{\theta} \mu B \sin(\theta') d\theta' \quad \Rightarrow \quad U(\theta) = -\mu B \cos(\theta)$$

$$U = -\vec{\mu} \cdot \vec{B}$$



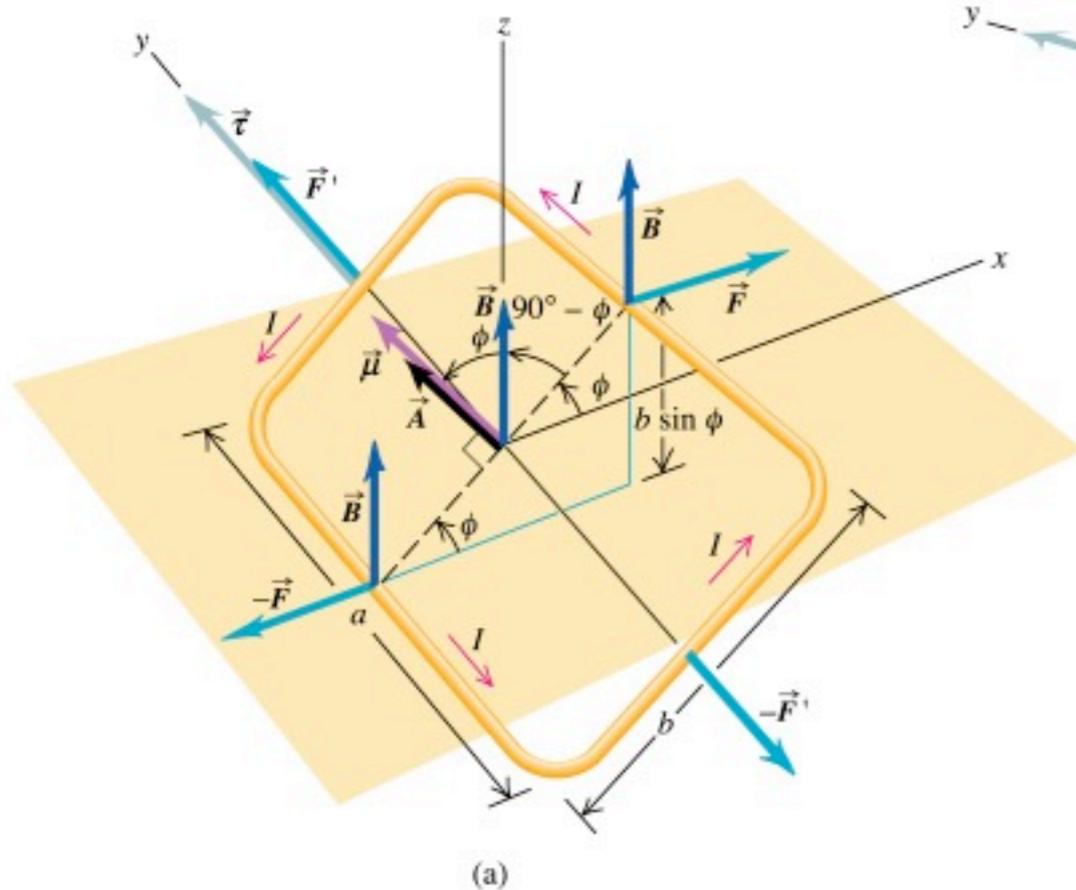
Copyright © Addison-Wesley Longman, Inc.

# FORÇA MAGNÉTICA SOBRE UMA ESPIRA CONDUTORA

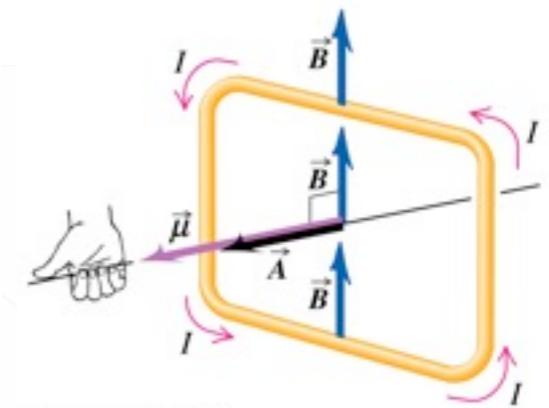
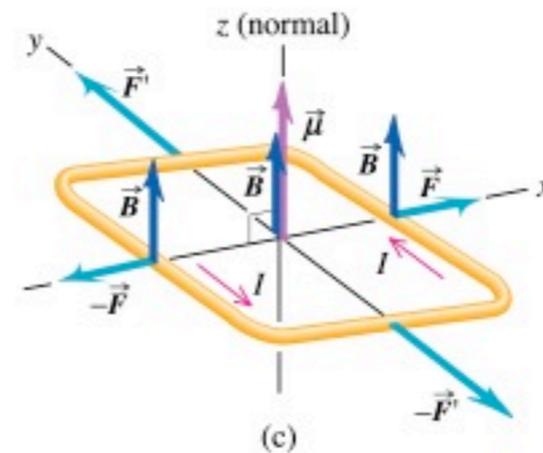
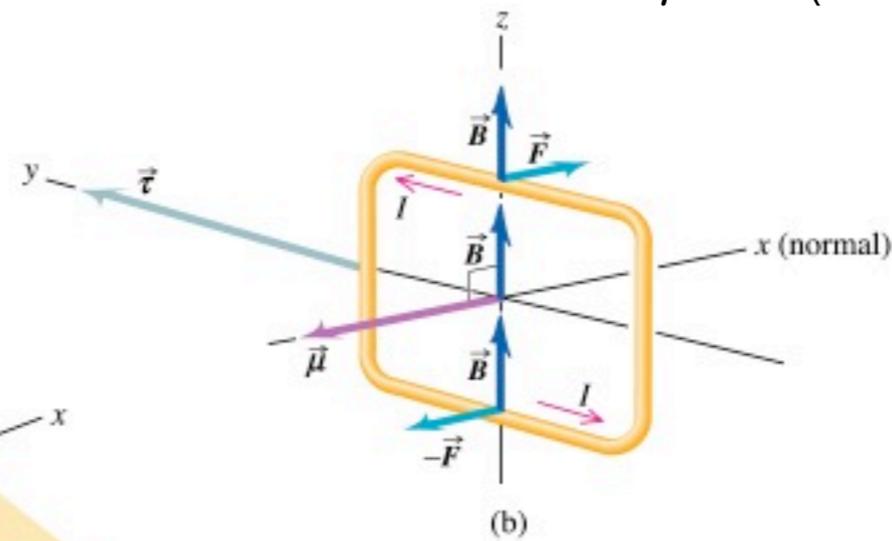
## GALVANÔMETRO

$$\vec{\tau} = \vec{\mu} \times \vec{B} \quad U = -\vec{\mu} \cdot \vec{B}$$

$$\tau = \mu B \quad (\text{max}) \quad U = 0 \quad (\text{max})$$



Copyright © Addison Wesley Longman, Inc.



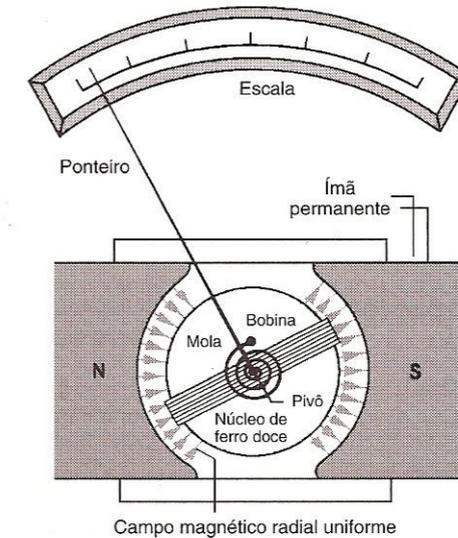
Copyright © Addison Wesley Longman, Inc.

$$\tau = 0; \quad U = -\mu B \quad (\text{mínima})$$

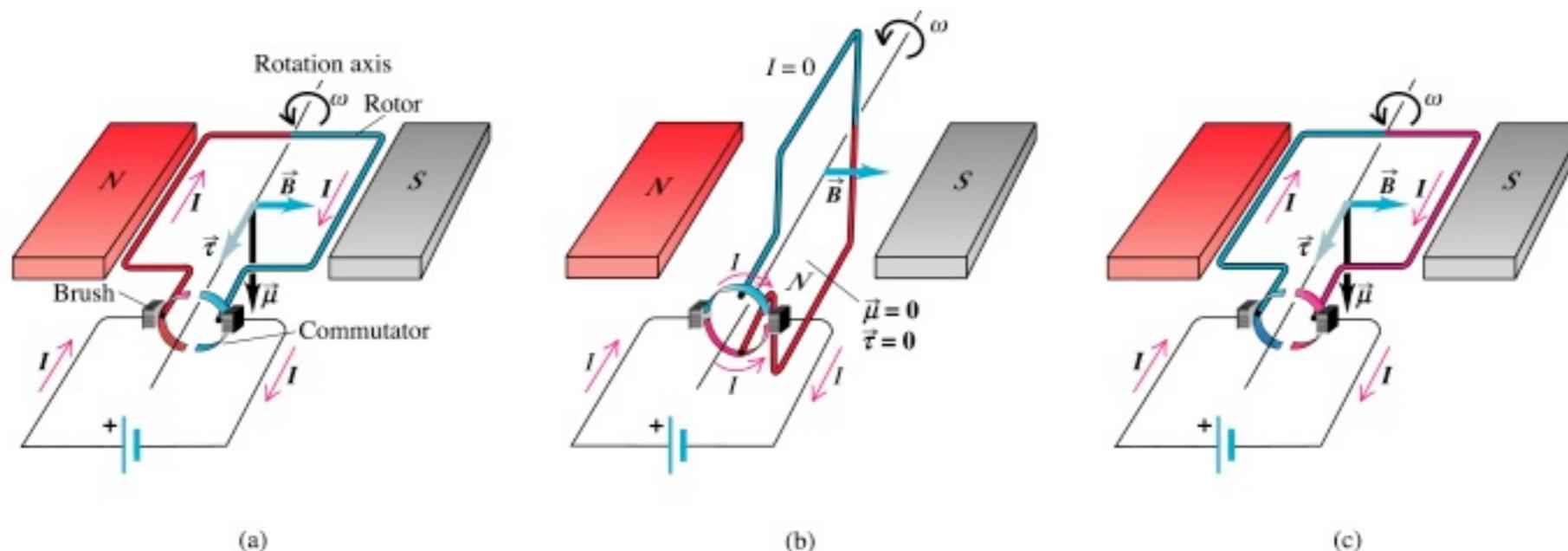
# FORÇA MAGNÉTICA SOBRE UMA ESPIRA CONDUTORA

## GALVANÔMETRO E MOTOR ELÉTRICO

Galvanômetro: ao passar corrente na bobina, o torque causado pelo campo magnético gira a bobina e, portanto, o ponteiro.



A direção da corrente deve ser revertida no tempo certo para que ocorra a rotação continuamente na mesma direção



Copyright © Addison Wesley Longman, Inc.